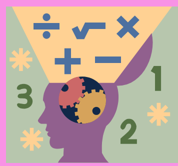
Motto:

„Numai matematica permite spiritului uman să atingă certitudinea.”

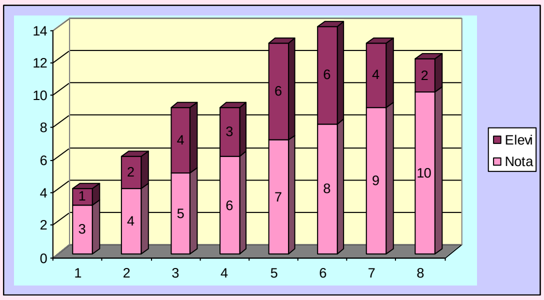
Krebs

$$a \cdot b = (a,b) \cdot [a,b]$$

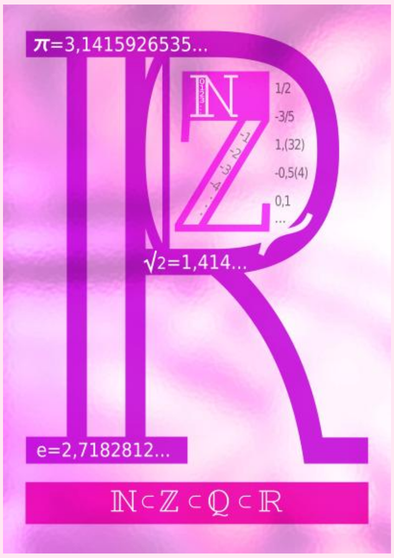
PARTEA I



TESTE PREGĂTITOARE PENTRU EXAMENUL DE EVALUARE NAȚIONALĂ



$$0{,}1(3) = \frac{13-1}{90} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$$



$$m_a = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

TESTUL nr. 1

Subiectul I – Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5-5p, 6-5p = 30 de puncte)

1. Numărul întregilor din fracţia $\frac{7}{3}$ este…

2. Media aritmetică a numerelor 52 şi 14 este …

3. Rădăcina pătrată din numărul $\sqrt{441}$ este numărul natural …

4. Un triunghi dreptunghic isoscel are fiecare dintre unghiurile ascuţite cu măsura de … $^\circ$.

5. Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 6 m şi lăţimea de 3,5 m este de … m.

6. În tabelul de mai jos sunt reprezentate notele obţinute de elevii unei clase la un test de matematică. Numărul de elevi care au obţinut la test cel mult nota 6 este…

Nota obţinută	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	2	3	5	4	5	2	3	2

Subiectul al II – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5a-5p, 5b-5p = 30 de puncte)

1. Desenaţi un trapez isoscel numit TURN, cu baza mică TU.

2. Aflaţi numerele prime a, b şi c, ştiind că $a + 4b + 6c = 48$.

3. O cantitate de miere s-a pus în 15 borcane de câte 0,800 kg fiecare. O cantitate de miere egală cu prima s-a pus în borcane de câte 0,250 kg fiecare. Câte borcane s-au folosit în total?

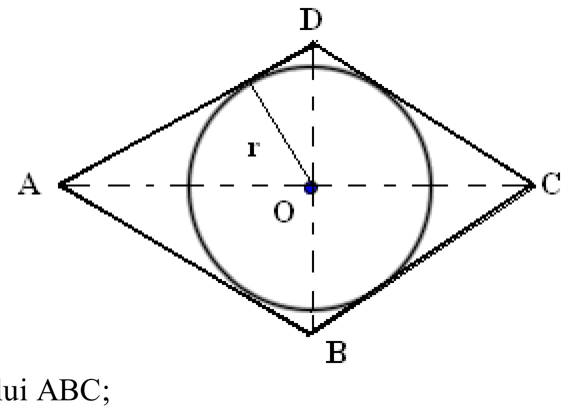
4. Demonstraţi că numărul $N = (n^2 + 2n - 2)\cdot(n^2 + 2n + 4) + 9$ este pătrat perfect, $\forall n \in N$.

5. a) Aflaţi legea de corespondenţă a funcţiei liniare a cărei reprezentare grafică trece prin punctele $A(0;-4)$, $B(3;5)$.

b) Stabiliţi prin calcul dacă punctele $A(0;-4)$, $B(3;5)$, $C(36;104)$ sunt coliniare.

Subiectul al III – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1a-5p, 1b-5p, 1c-5p, 2a-5p, 2b-5p, 2c-5p = 30 de puncte)

1. Un rond de flori are forma unui romb ABCD cu latura de 8 m şi unghiul A de 60°. În cercul înscris în romb se plantează trandafiri şi în restul rombului se plantează panseluţe.



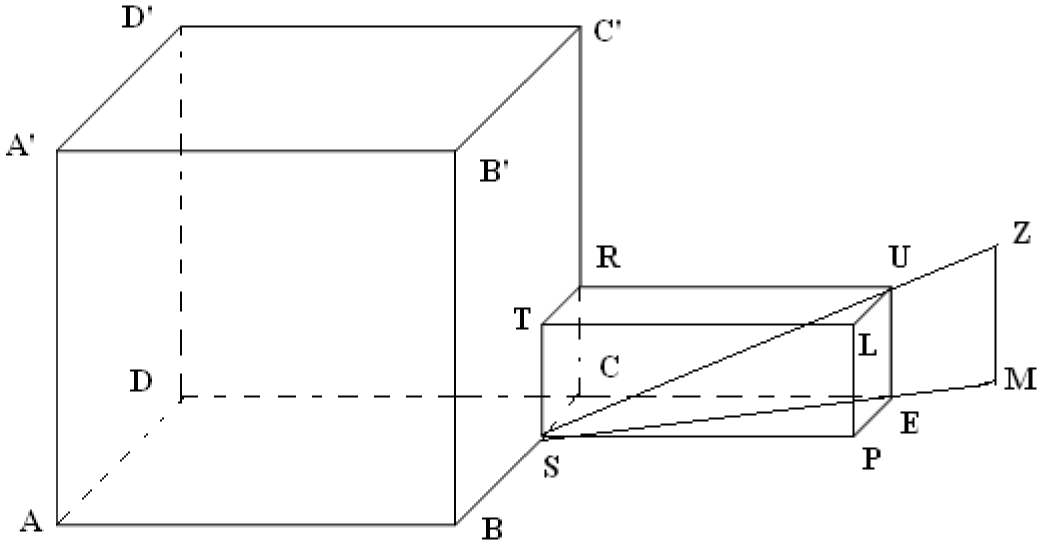
a) Calculaţi aria triunghiului ABC;

b) Determinaţi aria suprafeţei cu trandafiri;

[1] Toate subiectele fiecăruia dintre cele 10 teste propuse pentru rezolvare sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

c) Stabiliţi prin calcul care suprafaţă este mai mare: cea cultivată cu trandafiri sau cea pe care sunt panseluţe.

2. Se dau două vase aşezate pe sol: cubul ABCDA'B'C'D' cu latura de 60 cm şi paralelipipedul dreptunghic SCEPTRUL cu lungimea $SP = 24cm$, lăţimea SC egală cu 30% din latura cubului şi înălţimea UE = 40 cm.



a) Volumul paralelipipedului dreptunghic, exprimat în litri;
b) Se umple paralelipipedul dreptunghic complet cu apă, apoi apa din paralelipiped se goleşte în cub. Aflaţi până la ce înălţime se ridică apa în cub;
c) O baghetă de metal cu lungimea egală cu a segmentului D'B se pune în paralelipipedul dreptunghic de-a lungul dreptei SU. Aflaţi la ce înălţime faţă de sol se află capătul baghetei care nu este în paralelipipedul dreptunghic.

TESTUL nr. 2

Subiectul I – Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5-5p, 6-5p = 30 de puncte)

1. Dacă $2a = 3$, atunci $8a = \ldots$

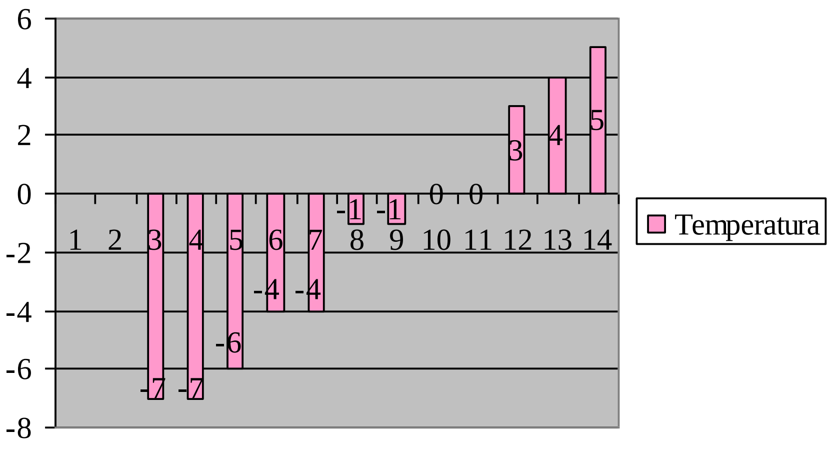
2. Numărul $0,1(6)$ scris ca fracţie ordinară ireductibilă este…

3. Partea întreagă a numărului $-0,1(6)$ este…

4. Latura unui pătrat cu aria de $196cm^2$ are lungimea de … cm.

5. Un romb are aria egală cu $18\sqrt{3}\,cm^2$ şi latura de 6 cm. Înălţimea rombului are … cm

6. În graficul din figura de mai jos sunt reprezentate temperaturile înregistrate pe parcursul a 12 ore într-o zi de iarnă. De la ora 4 până la ora 12 temperatura a crescut cu … $^\circ C$.



Subiectul al II – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5a-5p, 5b-5p = 30 de puncte)

1. Desenaţi o piramidă triunghiulară regulată numită STEA, cu vârful S.

2. Dovediţi prin calcul că numărul $a=\sqrt{13^2-12^2}-\sqrt{13^2}+\sqrt{12^2}$ este un număr natural nenul.

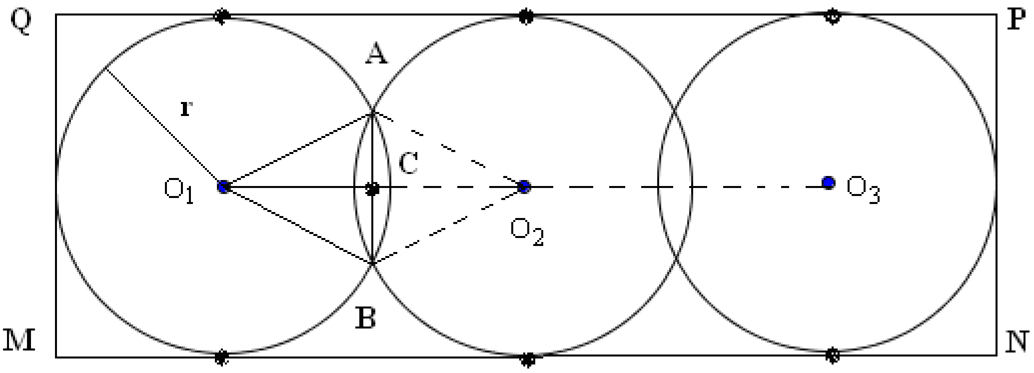
3. Aflaţi toate numerele naturale care verifică relaţia $\frac{1}{2}<\frac{n-1}{4}<\frac{7}{3}$.

4. Un robinet umple un bazin în 30 minute, iar un alt robinet umple acelaşi bazin în 40 de minute. Ambele robinete sunt deschise 5 minute şi în bazin se strâng $7m^3$ de apă.
a) Exprimaţi sub formă de fracţie a câta parte din bazin umple fiecare robinet într-un minut;
b) Calculaţi capacitatea bazinului în m^3.

5. Se consideră funcţia $f:R\to R, f(x)=(m-1)\cdot x+7m+9$. Determinaţi numărul real m, astfel încât punctul $A(m,0)$ să aparţină reprezentării grafice a funcţiei f.

Subiectul al III – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1a-5p, 1b-5p, 1c-5p, 2a-5p, 2b-5p, 2c-5p = 30 de puncte)

1. Într-un parc în cadrul unei fântâni arteziene funcţionează 3 robinete O_1, O_2 şi O_3. Fiecare dintre ele împrăştie apă pe o suprafaţă circulară cu raza de 5 m. Distanţa dintre robinete este $O_1O_2=O_2O_3=8m$.



a) Aflaţi perimetrul lui MNPQ.
b) Calculaţi AB.
c) Calculaţi $\sin\left(\widehat{AO_1B}\right)$.

2. Se consideră un paralelipiped dreptunghic ABCDA'B'C'D' cu $AB=8cm$, $BC=4cm$ şi $DD'=2\sqrt{5}cm$.
a) Calculaţi diagonala paralelipipedului;
b) Desenaţi desfăşurarea paralelipipedului dreptunghic;
c) O furnică pleacă din punctul A şi merge pe drumul cel mai scurt până în punctul C', trecând pe feţele laterale ABB'A' şi BCC'B'. Determinaţi lungimea segmentului [BT], unde T este punctul în care furnica intersectează muchia BB'.

TESTUL nr. 3

Subiectul I – Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5-5p, 6-5p = 30 de puncte)

1. Rezultatul calculului $8+56:8$ este…

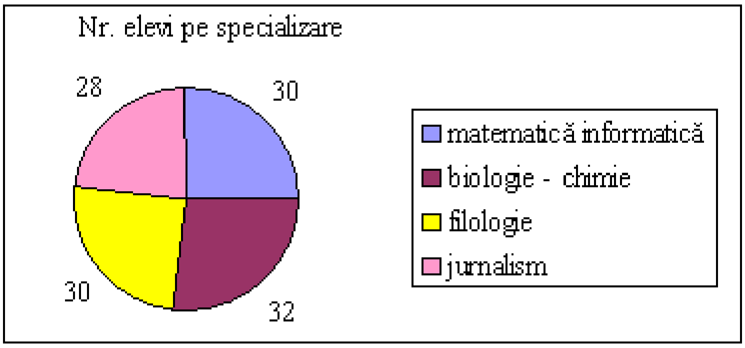
2. Dacă $\frac{a}{12}=\frac{3}{4}$, atunci a este egal cu …

3. Media geometrică a numerelor 9 şi 16 este …

4. Dacă două dintre unghiurile unui triunghi au măsura de 13° şi respectiv 88°, atunci al treilea unghi al triunghiului are măsura de … $^\circ$

5. Raza unui cerc cu aria egală cu $16\pi\,m^2$ are lungimea egală cu … m.

6. În graficul din figura de mai jos este reprezentată situaţia repartizării elevilor la un liceu din Oradea, după admiterea în clasa a IX-a, 2013. Procentul care exprimă cât la sută dintre elevi au intrat la profilul matematică-informatică este de …%.



Subiectul al II – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5a-5p, 5b-5p = 30 de puncte)

1. Desenaţi un paralelipiped dreptunghic numit ALGORITM.

2. Determinaţi toate numerele întregi pentru care fracţia $\frac{3}{x-2}$ este număr întreg.

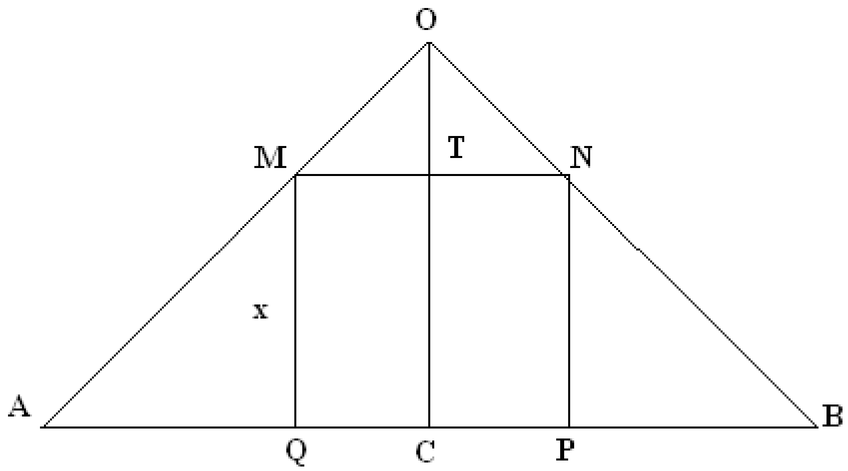
3. În două depozite se află 2014 kg de marfă. Dacă se mută 300 kg de marfă din primul depozit în al doilea depozit, atunci în cele două depozite vor fi cantităţi egale de marfă.
a) Notaţi cantităţile de marfă din cele două depozite cu *x* şi respectiv cu *y* şi exprimaţi situaţia problematică sub forma unui sistem de ecuaţii;
b) Rezolvaţi sistemul de la punctul a) şi aflaţi cantitatea de marfă din fiecare depozit.

4. Demonstraţi că numărul $a=\frac{4}{\sqrt{5}-1}+\left|\sqrt{5}-3\right|$ este număr natural.

5. Rezolvaţi ecuaţia: $(2x-1)\cdot(2x+1)=4\cdot(x+2)^2-1$.

Subiectul al III – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1a-5p, 1b-5p, 1c-5p, 2a-5p, 2b-5p, 2c-5p = 30 de puncte)

1. Triunghiul OAB isoscel reprezintă faţada unei mansarde a unei case.
$AB=10\,m,\ d(O,AB)=4\,m$
a) Calculaţi OA; aproximaţi la o zecime prin lipsă;
b) Determinaţi lungimea laturii unei ferestre pătrate MNPQ montată pe faţada mansardei;
c) Calculaţi distanţa de la punctul B la OA.



2. Pe planul unui teren de formă dreptunghiulară ABCD se ridică doi stâlpi AE şi CF perpendiculari pe plan. Dacă $AB = 6\,m$, $BC = 8\,m$, $AE = 4\,m$, să se afle:

a) Perimetrul dreptunghiului ABCD;

b) EO, unde $\{O\} = AC \cap BD$;

c) CF, astfel încât triunghiul EOF să fie dreptunghic cu $m\left(\hat{O}\right) = 90^\circ$.

TESTUL nr. 4

Subiectul I – Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5-5p, 6-5p = 30 de puncte)

1. Rezultatul calculului: $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} - 1$ este ...

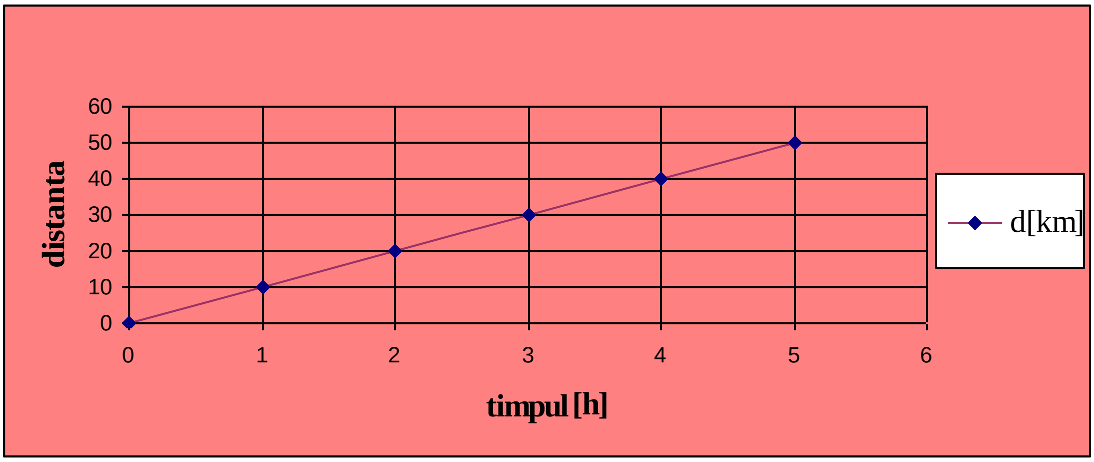
2. 25% din 200 este …

3. Soluţia ecuaţiei $3 \cdot (x + 5) = 18$ este …

4. Linia mijlocie a trapezului cu bazele de 32 cm şi respectiv 18 cm are lungimea de....cm

5. Aria unui dreptunghi cu lungimea de 9 m şi lăţimea de 6 m este egală ... m^2.

6. În figura de mai jos este reprezentat graficul deplasării unui autoturism pe parcursul a 5 ore. În primele 3 ore autoturismul a parcurs distanţa de ... km.



Subiectul al II – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5a-5p, 5b-5p =30 de puncte)

1. Desenaţi un paralelogram numit TREI.

2. Arătaţi că numărul $a = \sqrt{4} + 2\sqrt{18} - 3\sqrt{8}$ este număr natural.

3. La o grădiniţă, pentru Crăciun, se pregătesc pachete pentru copii dintr-un total de 72 portocale, 144 ciocolate şi 120 napolitane.
a) Care este cel mai mare număr de pachete identice pe care le pot face educatoarele ?
b) Câte portocale, ciocolate şi napolitane conţine fiecare pachet ?

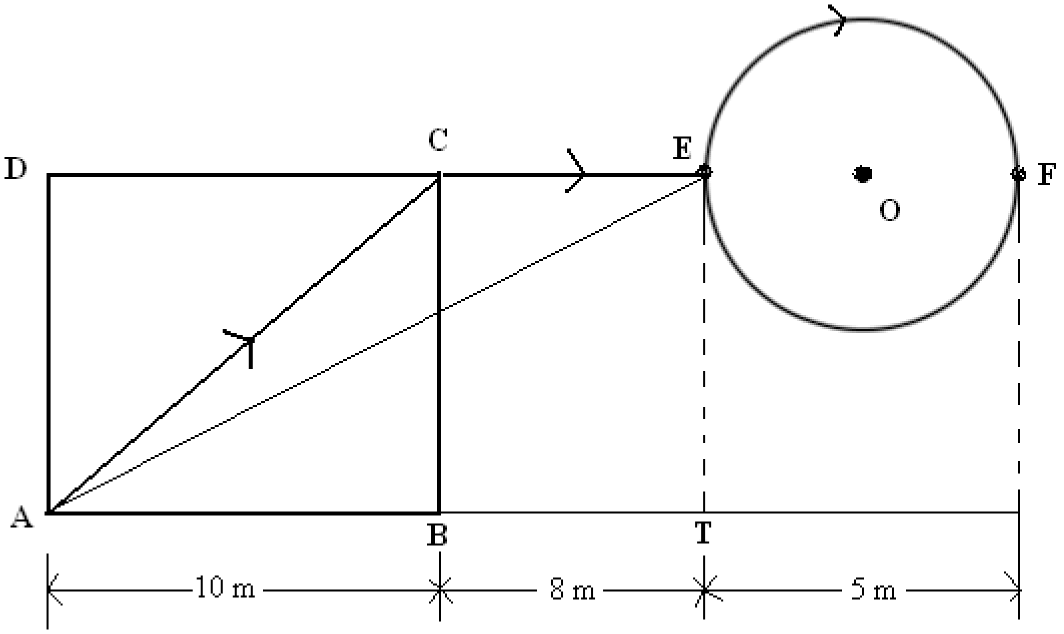
4. Efectuaţi calculele şi stabiliţi dacă numărul $x \in (4 ; 4\frac{1}{2})$, unde $x = [4,2] + \{- 0,75\}$.

Se notează cu [a] = partea întreagă a numărului "a"
{a}= partea fracţionară a numărului "a"

5. Aflaţi numerele reale x şi y astfel încât $\sqrt{x^2 + 8x + 25} + \sqrt{9y^2 - 12y + 20} \le 7$.

Subiectul al III – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1a-5p, 1b-5p, 1c-5p, 2a-5p, 2b-5p, 2c-5p = 30 de puncte)

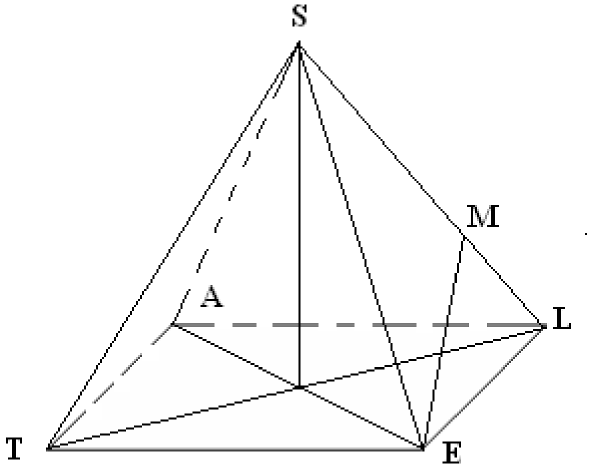
1. Pe terenul de concurs sunt amenajate: un pătrat ABCD cu latura de 10 m, o bârnă CE cu lungimea de 8 m şi un cerc cu diametrul de 5 m. Concurenţii pornesc din A, aleargă până în C, trec bârna CE, culeg baloane de pe circumferinţa cercului şi aleargă din E pe drumul cel mai scurt până în A.



Se cere:
a) Lungimea AC;
b) Timpul exprimat în secunde în care un concurent cu viteza constantă de $2{,}5\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$ a parcurs segmentul AC;
c) Lungimea traseului parcurs de concurenţi din punctul A, până la reîntoarcerea în punctul A, cu aproximaţie de două zecimale exacte, prin lipsă.

2. Se consideră piramida patrulateră regulată STELA cu vârful S, muchia laterală de 4 cm şi unghiul ESL cu măsura de 30^0.
a) Calculaţi distanţa de la punctul E la dreapta SL;
b) Desenaţi desfăşurarea suprafeţei laterale a piramidei, cu feţele laterale una lângă alta;

c) O furnică pleacă din punctul T, pe feţele laterale ale piramidei, parcurgând drumul cel mai scurt şi ajunge înapoi în T; aflaţi lungimea drumului parcurs de furnică.



TESTUL nr. 5

Subiectul I – Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5-5p, 6-5p = 30 de puncte)

1. Cel mai mare divizor comun al numerelor 12 şi 18 este egal cu ...

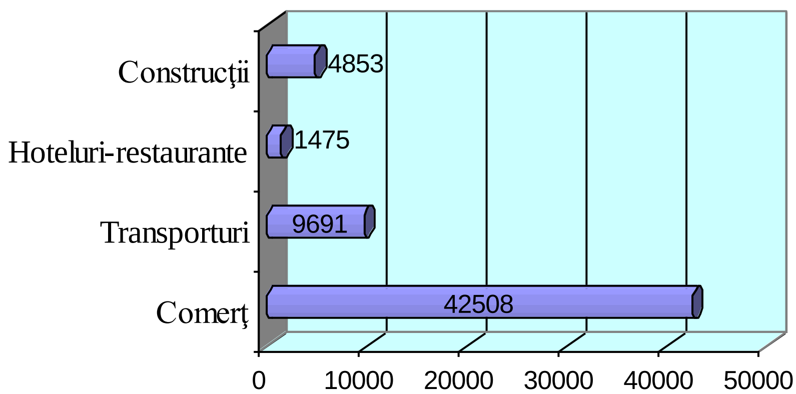
2. Dintre numerele $5\sqrt{2}$ şi $2\sqrt{6}$ mai mare este numărul…

3. Soluţia ecuaţiei 5x + 12 = 27 este egală cu...

4. Al patrulea unghi al unui patrulater care are trei dintre unghiuri fiecare cu măsura de 80^0 are ...^{0}

5. Diametrul unui cerc cu lungimea egală cu 8π cm are ... cm.

6. Conform statisticilor judeţului X din anul 2012, 10235 din totalul societăţilor comerciale ale judeţului au activat în domeniile: Comerţ, Transporturi, Hoteluri - Restaurante, Construcţii. În figura de mai jos este reprezentată situaţia referitoare la cifra de afaceri pe 2012 în miliarde lei. Cifra de afaceri din domeniul comerţului a fost mai mare decât cifra de faceri din domeniul Hoteluri-restaurante cu….. miliarde lei.



Subiectul al II – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5a-5p, 5b-5p =30 de puncte)

1. Desenaţi un tetraedru regulat numit FILM .

2. O ladă plină cu marfă cântăreşte 20 kg. Lada umplută pe jumătate cântăreşte 11,5 kg.

a) Aflaţi cât cântăreşte jumătate din marfă;

b) Aflaţi cât cântăreşte lada fără marfă.

3. Stabiliţi prin calcul valoarea de adevăr a propoziţiei "a > b", unde $a = \sqrt{3^2 + 4^2}$ şi $b = \sqrt{2^2 \cdot 3^2}$.

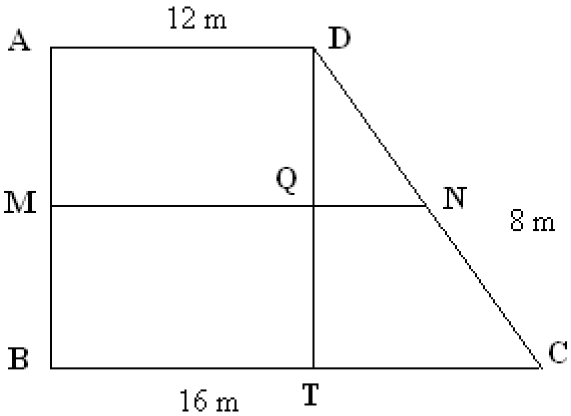
4. Ştiind că $\frac{2x - 5y}{3x - y} = \frac{1}{4}$, determinaţi valoarea raportului numerelor x şi y.

5. Demonstraţi că expresia $E(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - 9x - 27}{x - 3}$ este pătrat perfect pentru orice $x \in N \setminus \{3\}$.

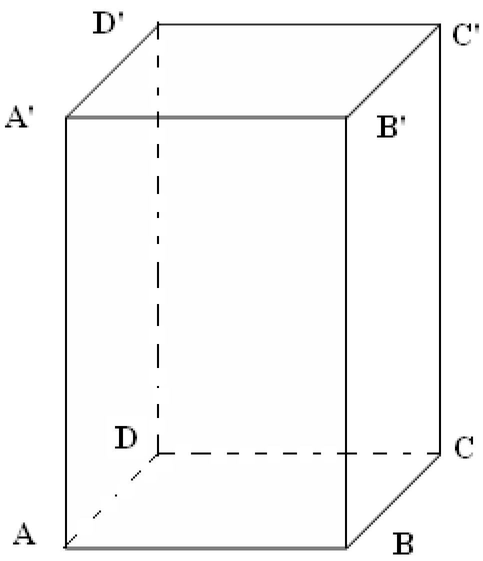
Subiectul al III – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1a-5p, 1b-5p, 1c-5p, 2a-5p, 2b-5p, 2c-5p = 30 de puncte)

1. O încăpere are pardoseala de forma unui trapez dreptunghic ABCD cu baza mare BC=16 cm, baza mică AD = 12 m şi DC = 8 m.

a) Demonstraţi că unghiul C are măsura de 60^0;
b) Calculaţi perimetrul trapezului;
c) Se împarte încăperea în două, printr-un perete construit de-a lungul liniei mijlocii a trapezului. Calculaţi aria pardoselii din cele două încăperi.



2. Un acvariu are forma unei prisme patrulatere regulate, cu latura bazei egală cu 5 dm.
ABCD pătrat, iar AB = 5dm.



Se cere:
a) În acvariul umplut cu apă până la un anumit nivel, se pun 15 peşti, fiecare cu volumul egal cu 40 cm^3. Aflaţi cu câţi milimetri se ridică apa în acvariu;
b) Dacă acvariul are înălţimea $AA' = 60 cm$, stabiliţi prin calcul dacă acvariul gol, fără apă şi peşti, poate fi umplut complet golind în el conţinutul a 10 sticle de apă, fiecare de 1,5 litri;
c) În acvariul cu înălţimea de 60 cm şi umplut până la înălţimea de 58 cm, fără peşti în el, se pun pietre ornamentale în formă de tetraedru regulat cu latura de 6 cm. Aflaţi câte pietre se pot pune, fără ca apa să se reverse din acvariu.

TESTUL nr. 6

Subiectul I – Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5-5p, 6-5p = 30 de puncte)

1. Rezultatul calculului $8 - 4 \cdot 0{,}5$ este ...
2. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 12 şi 8 este egal cu ...
3. Probabilitatea ca la aruncarea unui zar acesta să cadă cu faţa cu cinci puncte în sus este egală cu fracţia ...
4. Unghiurile ascuţite ale unui triunghi isoscel cu un unghi de 100^0 au fiecare măsura de ... ^{0}
5. Latura unui pătrat cu aria de 144 cm^2 are lungimea de ... cm.
6. În tabelul următor e prezentat consumul de apă rece într-un apartament pe parcursul unui an:

Luna	Ian.	Febr.	Mar.	Apr.	Mai	Iun.	Iul.	Aug.	Sept.	Oct.	Noi.	Dec.
Consum (m^3)	5	5	5	6	6	7	8	8	7	6	4	5

Consumul mediu lunar este de ... m^3.

Subiectul al II – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5a-5p, 5b-5p =30 de puncte)

1. Desenaţi un cub şi notaţi-l BOGDANEL .
2. O maşină parcurge o distanţă cu viteza constantă de 80 km/h, în trei ore. La întoarcere, parcurge acelaşi drum, fără oprire, în patru ore, mergând cu viteza constantă .Aflaţi viteza maşinii la întoarcere.
3. Determinaţi intervalul de numere reale care este soluţie a inecuaţiei $2\,(3x+1) < 14$.
4. Se dă funcţia $f : R \to R,\ f(x) = -2x + 1$. Arătaţi că $f(-1) - f(1)$ este pătrat perfect.
5. Se dă expresia:

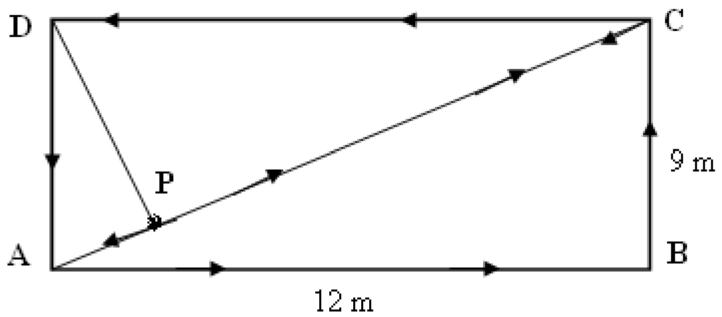
$$E(x) = \left(\frac{x}{2x-1} - \frac{8}{4x^2-1} + \frac{x-3}{1-2x}\right) : \frac{6x-5}{4x^2+4x+1},\ x \in R - \{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{5}{6}\}$$

a) Descompuneţi în factori expresiile $4x^2 - 1$ şi $4x^2 + 4x + 1$;
b) Arătaţi că forma cea mai simplă la care poate fi adusa expresia este $E(x) = \dfrac{2x+1}{2x-1}$.

Subiectul al III – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1a-5p, 1b-5p, 1c-5p, 2a-5p, 2b-5p, 2c-5p = 30 de puncte)

1. O sală de sport are forma dreptunghiului ABCD cu lungimea AB= 12 m şi lăţimea BC = 9 m.
a) Calculaţi lungimea diagonalei AC;
b) Pentru încălzire, un elev începe să alerge pornind din punctul A şi se întoarce tot în A, urmând traseul A-C-D-A-B-C-A. Aflaţi lungimea traseului.

c) Într-un joc, un elev aleargă cu un obiect în mână din punctul D şi trebuie să îl pună cât mai repede pe diagonala AC într-un punct P. Aflaţi distanţa AP.



2. Cantitatea de $144\sqrt{3}\,cm^3$ de apă se toarnă într-o prismă triunghiulară regulată care stă ca în poziţia din *figura 1*; $l_B = 6cm$; $m_l = 20cm$;

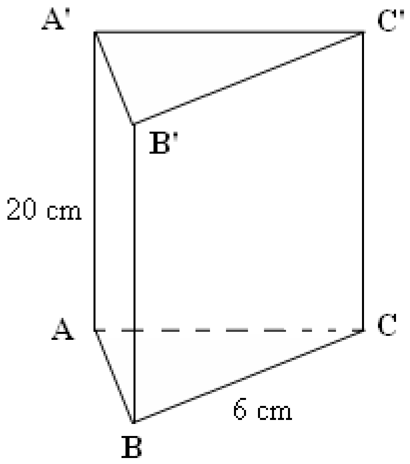


Figura 1

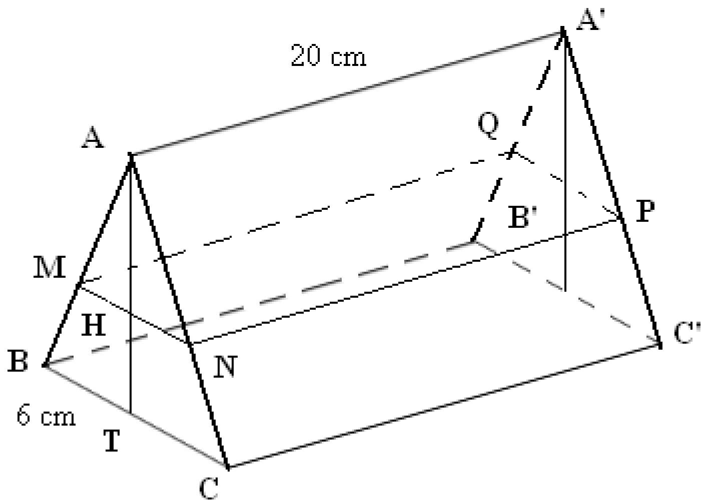


Figura 2

Se cere:
a) La ce înălţime se ridică apa în prisma aşezată ca în *figura 1*?
b) Volumul golului de aer din prisma aşezată ca în *figura 2*;
c) Înălţimea apei în prisma aşezată ca în *figura 2*.

TESTUL nr. 7

Subiectul I – Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5-5p, 6-5p = 30 de puncte)

1. Rezultatul calculului $4^2 - 2^3$ este ...

2. Fracţia ireductibilă echivalentă cu fracţia $\frac{28}{42}$ este…

3. Cel mai mare număr natural de trei cifre, divizibil cu 5 este ...

4. Un cub a cărui diagonală are lungimea de 3 dm are lungimea laturii de ... dm.

5. Aria unui trapez care are linia mijlocie de 4,5 cm şi înălţimea de 6 cm are aria de ... cm^2.

6. În tabelul următor e prezentată repartiţia elevilor unei clase după înălţimea lor:

Înălţimea (cm)	150-159	160-169	170-179	180-189
Număr elevi	5	10	6	2

Numărul elevilor cu înălţimea de cel puţin 170 cm este egal cu ...

Subiectul al II – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5a-5p, 5b-5p =30 de puncte)

1. Desenaţi un trapez dreptunghic şi notaţi-l HARD cu unghiurile drepte în H şi în A .

2. Un obiect costă 420 lei. Preţul său s-a majorat, întâi cu 20 %, apoi cu 10%.

a) Să se afle preţul obiectului după prima majorare.
b) Să se afle preţul obiectului după a doua majorare.

3. Dacă x şi y sunt două numere raţionale pozitive, iar $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$, să se afle valoarea raportului $\frac{2x+5y}{3x+4y}$.

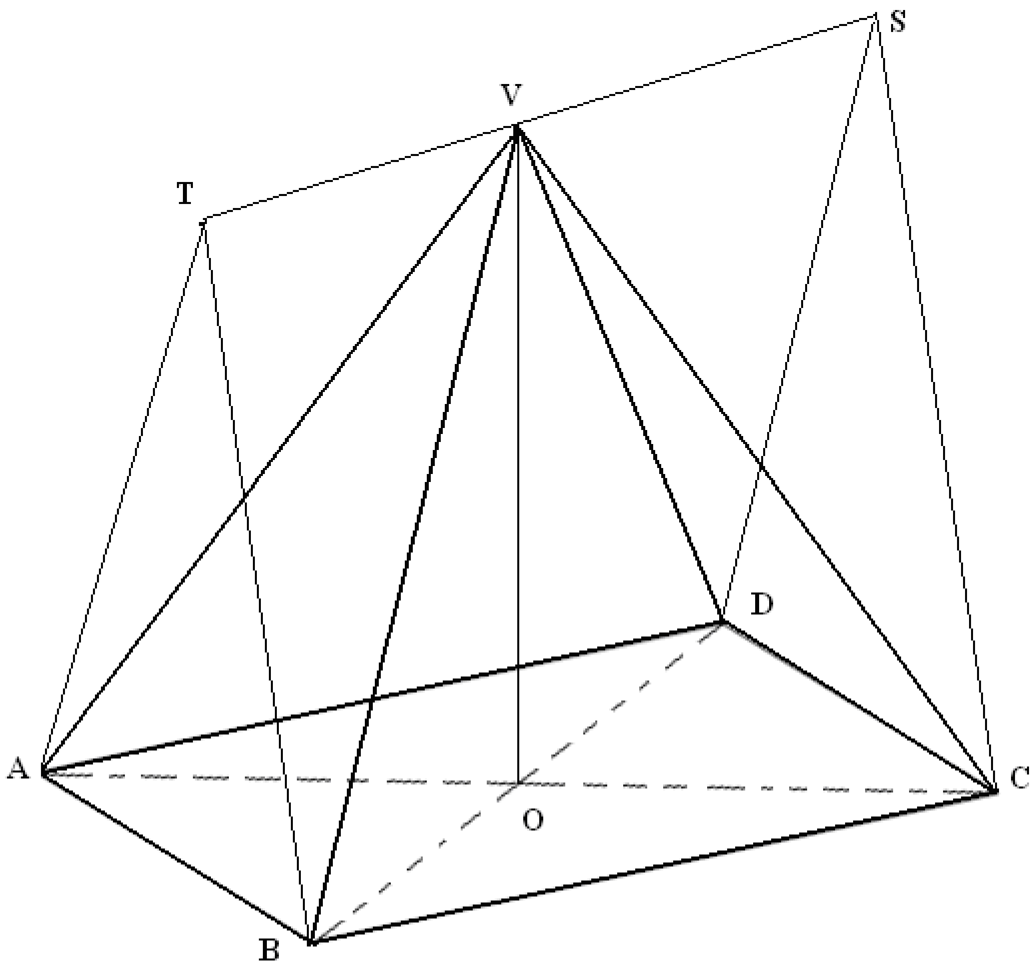
4. Demonstraţi că $(x+3)^2-2(x+3)(x-3)+(x-3)^2$ este pătrat perfect pentru orice x $\in R$.

5. Se dă funcţia $f: R \to R, f(x)=-2x+1$.

a) Trasaţi graficul funcţiei date;
b) Arătaţi că $\frac{f(\sqrt{3}-1)-f(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \in Q$.

Subiectul al III – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1a-5p, 1b-5p, 1c-5p, 2a-5p, 2b-5p, 2c-5p = 30 de puncte)

1. Piramida patrulateră regulată VABCD reprezintă acoperişul unei case, unde latura AB = 6m. Muchiile laterale formează cu planul bazei un unghi de 30°.



Se cere:
a) Lungimea înălţimii VO a acoperişului;
b) Proprietarul construieşte peste podul existent o mansardă TABSDC în formă de prismă triunghiulară; VO paralel cu planul (TAB). Aflaţi volumul mansardei;
c) Aflaţi sinusul unghiului format de grinzile VB şi VD.

2. O cameră de forma dreptunghiului are suprafaţa de $27\ m^2$ şi una dintre dimensiuni de 6m.
a) Aflaţi cealaltă dimensiune a camerei;
b) Dacă proprietarul pune pe pardoseală un covor pătrat cu latura de 3 m, calculaţi cât la sută din suprafaţa camerei rămâne neacoperită;
c) Stabiliţi prin calcul dacă în loc de covorul de la punctul b) pe pardoseala camerei poate fi pus, fără să se îndoaie, un covor circular cu suprafaţa de $14\ m^2$. Folosiţi $\pi =$ 3,14.

TESTUL nr. 8

Subiectul I – Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5-5p, 6-5p = 30 de puncte)

1. Cel mai mare număr natural de trei cifre diferite este ...

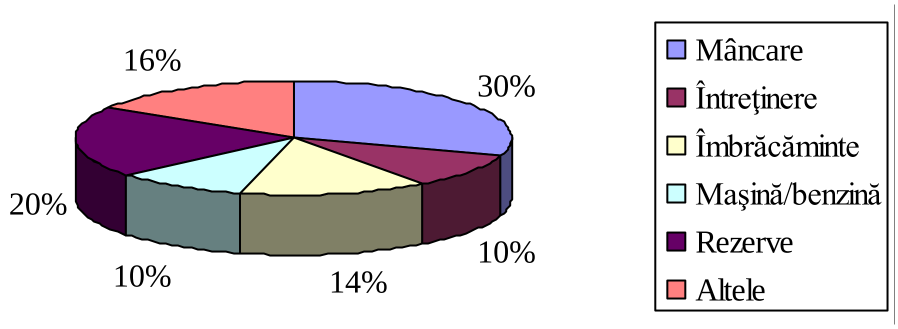
2. Dacă într-o zi de iarnă temperatura a fost de – $14{,}5\ ^0C$ şi a doua zi a urcat cu $5{,}8\ ^0C$, atunci a doua zi temperatura a fost de ... ^0C.

3. După ieftinirea cu 30% a unui obiect care costa 120 lei, acesta va costa ... lei.

4. Perimetrul unui romb cu latura de 3,5 cm are lungimea de ... cm.

5. Triunghiul echilateral cu aria egală cu $16\sqrt{3}\ cm^2$ are latura cu lungimea egală cu ... cm.

6. În figura de mai jos este reprezentată situaţia referitoare la împărţirea bugetului unei familii pe categorii de cheltuieli. Pentru mâncare şi îmbrăcăminte familia a cheltuit din bugetul familiei ..%



Subiectul al II – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5a-5p, 5b-5p =30 de puncte)

1. Desenaţi o piramidă triunghiulară regulată şi notaţi-o DANS, cu vârful în D .

2. Efectuaţi calculele şi exprimaţi rezultatul sub formă de fracţie ordinară ireductibilă: $1\frac{1}{6} - \frac{3}{11} \cdot \left(0,(2) - \frac{5}{6}\right)$

3. Demonstraţi că numărul $\sqrt{A} \in N$, unde $A = 101 \cdot \left(\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + ... + \frac{1}{100\cdot 101}\right)$.

4. Determinaţi elementele mulţimii $A = \{x \in Z \mid \sqrt{9} < |x| < \sqrt{28}\}$.

5. La un spectacol de teatru pentru copii s-au vândut cu 50 de bilete mai multe pentru copii decât pentru adulţi. Un bilet pentru copil a costat 5 lei, iar pentru un adult a costat dublu. Din vânzarea biletelor s-au adunat 1750 lei.
a) Notaţi numărul de bilete vândute pentru copii cu c şi numărul de bilete vândute pentru adulţi cu a. Exprimaţi situaţia problematică sub forma unui sistem de ecuaţii.
b) Rezolvaţi sistemul de la punctul 5a) şi aflaţi numărul de bilete de fiecare tip vândute.

Subiectul al III – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1a-5p, 1b-5p, 1c-5p, 2a-5p, 2b-5p, 2c-5p = 30 de puncte)

1. Dintr-o bucată de tablă pătrată ABCD cu latura de 30 cm se decupează un cerc cu centrul în O, tangent interior la toate laturile pătratului (*figura 1*). Dintr-o bucată de tablă circulară cu centrul în Q şi raza de 20 cm se decupează un pătrat EFGH care are vârfurile pe cerc (*figura 2*).
a) Calculaţi aria cercului din *figura 1*;
b) Calculaţi aria pătratului din *figura 2*;
c) Tabla rămasă după decupare se pierde. Stabiliţi prin calcul în care situaţie se pierde mai puţin material – în *figura 1* sau în *figura 2*?

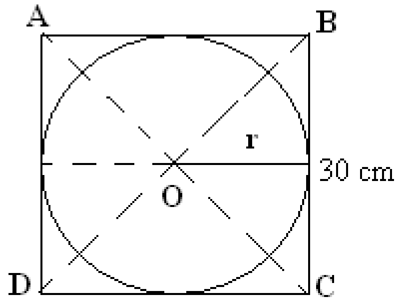


Figura 1

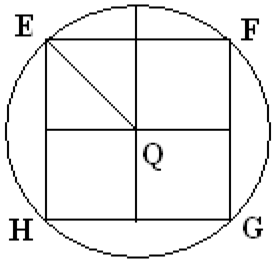
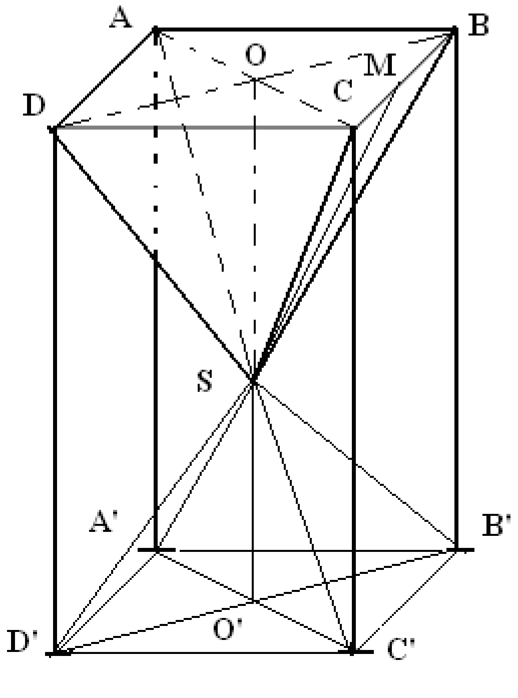


Figura 2

2. Un rezervor de apă în formă de piramidă patrulateră regulată SABCD are latura bazei AB de 2m şi muchia laterală DS de 3m. Rezervorul este suspendat, prin bare metalice verticale AA', BB', CC', DD' egale ca lungime cu 4m.



Se cere:
a) Aria laterală a rezervorului;
b) Se consideră rezervorul umplut cu apă. În punctul S este un robinet care permite scurgerea apei cu debitul de 4l/s. Aflaţi în cât timp se va goli rezervorul;
c) Dacă proprietarul doreşte să ancoreze mai bine rezervorul prin bare metalice care unesc punctul S cu punctele A', B', C' şi respectiv D', aflaţi dacă îi ajung 8m de bare.

TESTUL nr. 9

Subiectul I – Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5-5p, 6-5p = 30 de puncte)

1. Dintre numerele a = $2\sqrt{3}$ şi b = $\sqrt{13}$ mai mic este numărul ...
2. Cel mai mare număr întreg din intervalul (- 4, 2) este egal cu ... .
3. Media aritmetică a numerelor 6,25 şi $9\frac{3}{4}$ este egală cu ...
4. Un tetraedru regulat DABC are DA = 4 cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului este ...
5. Un cub are diagonala egală cu 2 $\sqrt{3}$ cm. Diagonala unei feţe este egală cu ... cm.
6. În tabelul de mai jos este reprezentată repartiţia elevilor unei şcoli după notele obţinute la un concurs:

Note	Mai mici decât 5	5 – 5,99	6-6,99	7-7,99	8-8,99	9-9,99	10
Număr elevi	8	12	20	15	12	8	3

Numărul elevilor care au obţinut cel puţin nota 7 este ....

Subiectul al II – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5a-5p, 5b-5p =30 de puncte)

1. Desenaţi pe foaia de teză piramida regulată ZUMBA cu vârful Z şi baza UMBA.
2. Arătaţi că $a \in N$, unde a = $\sqrt{1831+\sqrt{324}}$.
3. Arătaţi că $b \in Z$, unde b = $\frac{2}{\sqrt{3}+1}+\left|\sqrt{3}-2\right|$.
4. Scrieţi ca interval mulţimea: $A=\left\{x \in R \;\middle|\; -7<\frac{x-1}{2} \leq 1\right\}$.
5. Se dă expresia $E(x)=\left(\frac{2}{x+5}-\frac{x-6}{x^2-25}+\frac{x}{5-x}\right):\frac{2x^2+x-6}{25-x^2}$, cu $x \in R-\left\{-5,-2,\frac{3}{2},5\right\}$.

a) Arătaţi că (x +2) (2x -3) = $2x^2 + x - 6$;

b) Arătaţi că $E(x)=\frac{x+2}{2x-3}$.

Subiectul al III – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1a-5p, 1b-5p, 1c-5p, 2a-5p, 2b-5p, 2c-5p = 30 de puncte)

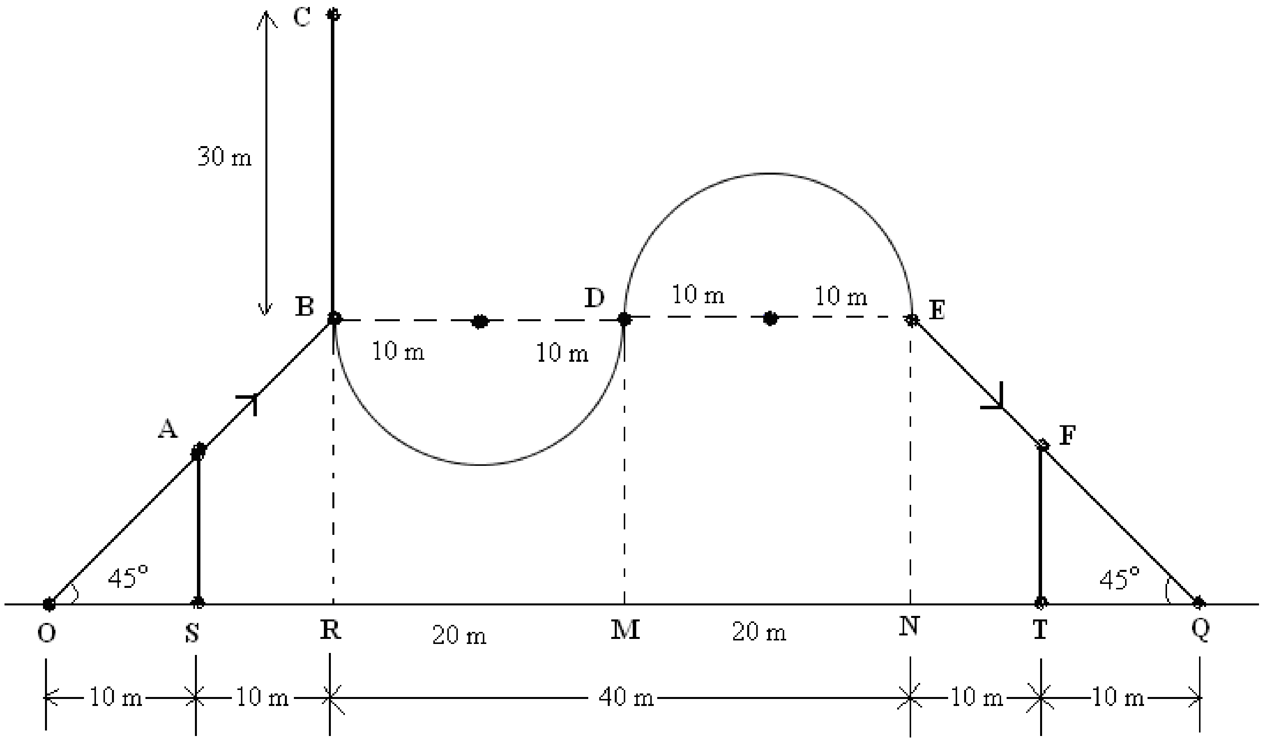
1. Într-un parc de distracţii pentru copii avem un carusel a cărui reprezentare schematică este în desenul de mai jos. Pe porţiunea OA şi FQ sunt scări care fac cu planul solului un unghi de 45^0. Copiii urcă pe scări din punctul O în punctul A, unde urcă în carusel. Parcurg segmentul AB, urcă vertical în punctul C, apoi coboară în B, continuă traseul cu caruselul pe semicercurile congruente, parcurg segmentul EF şi coboară din carusel în punctul F. Ajung la sol în punctul Q, după ce parcurg scările FQ. OS = SR = NT = TQ = 10m, RM = MN = 20 m şi BC = 30m.

a) Aflaţi lungimea totală a scărilor OA şi FQ;

b) Aflaţi cu ce viteză s-a deplasat caruselul pe porţiunea AB, dacă timpul de urcare a fost de 10 secunde;

c) Arătaţi că lungimea traseului străbătut de copii cu caruselul, din A până în F este un număr din intervalul [151; 152] m.

Folosiţi: 1,41 < $\sqrt{2}$ < 1,42 şi 3,14 < π < 3,15.



2. Ion are un vas de tablă în formă de prismă patrulateră regulată ABCDA'B'C'D'cu baza ABCD, înălţimea de 5 dm şi diagonala unei feţe laterale egală cu 13 dm. Ion foloseşte acest vas la concursuri şi spectacole culinare pentru a intra în *Cartea recordurilor*.

a) Aflaţi latura bazei vasului;

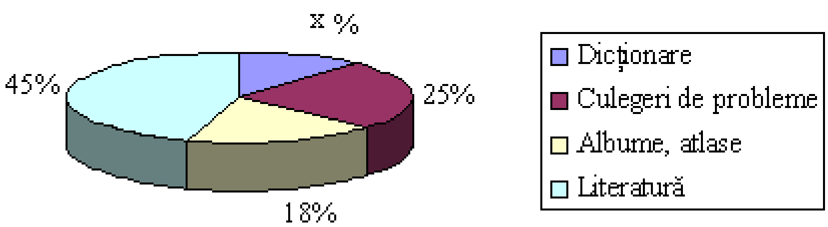
b) Ion începe prepararea tocăniţei gigantice turnând în vas 216 litri de apă. Aflaţi până la ce înălţime se ridică apa.

c) Pentru a face spectacolul mai distractiv, Ion serveşte tocăniţa cu un polonic de metal, lung de 1,8 m. Demonstraţi că şi în cazul în care Ion scapă în vas polonicul, acesta nu se va scufunda total în tocăniţă.

TESTUL nr. 10

Subiectul I – Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5-5p, 6-5p = 30 de puncte)

1. Dintre numerele a = 2,16 şi b = $2\frac{1}{6}$ mai mare este numărul ...
2. Pătratul numărului 8 este numărul ...
3. Suma numerelor întregi din intervalul [- 4; 5) este egală cu ...
4. Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea egală cu 20 cm şi lăţimea egală cu 25% din lungime are ... cm.
5. Un cub are volumul egal cu 27 cm^3. Diagonala unei feţe a cubului are lungimea de ... cm.
6. Graficul următor prezintă în procente tipurile de cărţi dintr-o bibliotecă. x este egal cu ... .



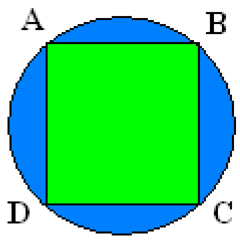
Subiectul al II – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1- 5p, 2-5p, 3-5p, 4-5p, 5a-5p, 5b-5p =30 de puncte)

1. Desenaţi un paralelogram şi notaţi-l CARD.
2. Salarul unui muncitor este de 2000 lei. Calculaţi ce salar va avea muncitorul după două măriri succesive cu 10%.
3. Arătaţi că $c^{-1} \in Z$, unde $c = \sqrt{\frac{49}{64}} - \sqrt{0,01} - \sqrt{\frac{16}{25}}$.
4. Fie f : R→R, f(x) = 17x şi g : R→R, g(x) = 20x -18. Aflaţi coordonatele punctului de intersecţie al graficelor celor două funcţii, fără a trasa graficele.
5. Fie expresia $E(x) = \left(\frac{x^2+4x+3}{x^2+2x-3} - \frac{2}{x+1} + \frac{7}{1-x^2}\right) \cdot (x^2-1)$, unde $x \in R - \{-3, -1, 1\}$.

a) Arătaţi că $E(x) = (x+2)(x-2)$, oricare ar fi $x \in R - \{-3, -1, 1\}$.
b) Calculaţi valoarea numărului real a astfel încât $E(a) = a - 4$.

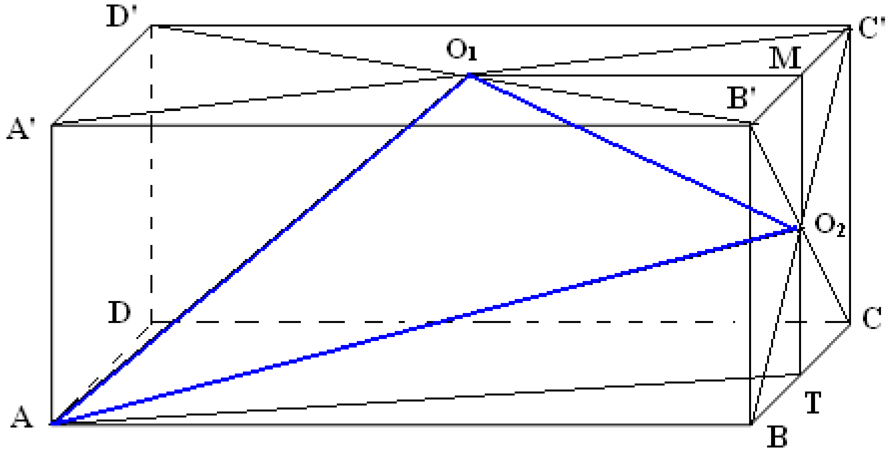
Subiectul al III – lea – Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete
(1a-5p, 1b-5p, 1c-5p, 2a-5p, 2b-5p, 2c-5p = 30 de puncte)

1. Sala centrală a unui muzeu are formă de disc cu raza egală cu 4 m şi e pavată cu mozaic. Punctele A, B, C, D sunt pe cerc astfel încât ABCD este pătrat. Mozaicul din pătratul ABCD este verde şi în restul sălii este albastru.



a) Aflaţi latura pătratului ABCD;
b) Demonstraţi că suprafaţa mozaicului albastru are aria exprimată în m^2 printr-un număr din intervalul [18,2; 18,4]. Se dă: $3,14 < \pi < 3,15$.
c) Demonstraţi că aria unui covor în formă de patrulater cu vârfurile în mijlocul laturilor pătratului ABCD este jumătate din aria pătratului ABCD.

2. Un acvariu în formă de paralelipiped dreptunghic ABCDA'B'C'D'are lungimea AB = 8 dm, lăţimea BC = 6 dm şi înălţimea AA' = 7 dm. Un peşte aflat în punctul A înoată până în punctul O_1 - centrul A'B'C'D', apoi în punctul O_2 - centrul BCC'B' şi se întoarce în punctul A.
a) Aflaţi suprafaţa sticlei din care e confecţionat acvariul; deasupra nu se pune sticlă.
b) Aflaţi lungimea traseului parcurs de peşte, în dm, cu aproximaţie de o zecime prin lipsă;
c) Dacă în acvariu sunt 13 peşti, arătaţi că dacă toţi ar fi la suprafaţa apei, atunci cel puţin între doi peşti distanţa ar fi mai mică de 28,4 cm.



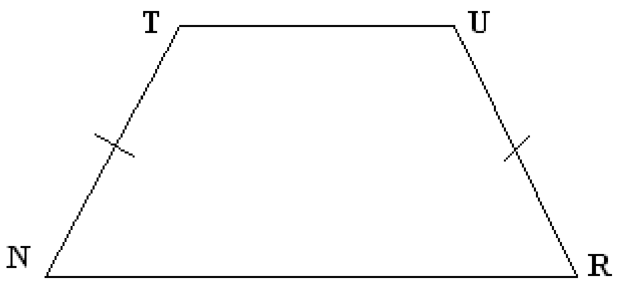
TESTUL nr. 1

Subiectul I

Număr întrebare	1	2	3	4	5	6
Răspuns	2	33	21	45°	19	14

Subiectul al II – lea

1.



2. $a+4b+6c=48 \Rightarrow a=48-4b-6c \Rightarrow a=2\cdot(24-2b-3c) \Rightarrow a=2k, a-\text{prim} \Rightarrow a=2$

$2+4b+6c=48 \Rightarrow 4b+6c=46 \;|:2 \Rightarrow 2b+3c=23 \Rightarrow 3c=23-2b \geq 6 \Rightarrow 2b \leq 17 \Rightarrow b \leq 8{,}5$

$\Rightarrow$ b poate lua valorile: $b \in \{2;3;5;7\}$

- pentru $b=2 \Rightarrow c=\frac{19}{3} \notin N$,
- pentru $b=3 \Rightarrow c=\frac{17}{3} \notin N$,
- pentru $b=5 \Rightarrow c=\frac{13}{3} \notin N$,
- pentru $b=7 \Rightarrow c=3 \in N$, prim

Soluţia este: $(a,b,c)=(2,7,3)$

3. 0,800 kg = 800 g

$800\cdot 15=12000\text{g}$

$12000:250=48$

$48+15=63$ borcane

4. $N=\left(n^2+2n-2\right)\cdot\left(n^2+2n+4\right)+9=\left(n^2+2n-2\right)\cdot\left(n^2+2n-2+6\right)+9$

$N=\left(n^2+2n-2\right)^2+6\cdot\left(n^2+2n-2\right)+9=\left(n^2+2n-2+3\right)^2=\left(n^2+2n+1\right)^2$

$N=\left[(n+1)^2\right]^2=$ pătrat perfect

5. a) $f(x)=ax+b$, $a\neq 0$

$$\begin{cases} A(0;-4) \Rightarrow f(0)=-4 \Rightarrow b=-4 \\ B(3;5) \Rightarrow f(3)=5 \Rightarrow 3a+b=5 \Rightarrow 3a=9 \Rightarrow a=3 \end{cases} \Rightarrow f(x)=3x-4$$

b) $A(0;-4)$, $B(3;5) \in G_f$

Verificăm dacă $C(36;104) \in G_f \Rightarrow f(36)=3\cdot 36-4=104$ "A"$\Rightarrow$ $C(36;104)\in G_f$

Deci, punctele $A(0;-4)$, $B(3;5)$, $C(36;104)$ sunt coliniare.

Subiectul al III –lea

1. **a)** $A_{\Delta ABC}=\dfrac{AC\cdot BO}{2}$

$BO=\dfrac{BD}{2}$, unde $BD=AD=AB$ în triunghiul echilateral $ABD\Rightarrow BO=4\,\text{m}$

$\Delta AOB-\text{dr}\overset{T.P.}{\Rightarrow} AO=\sqrt{AB^2-BO^2}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}\,\text{m}$

$A_{\Delta ABC}=\dfrac{2\cdot 4\sqrt{3}\cdot 4}{2}=16\sqrt{3}\,\text{m}^2$

b) $\begin{cases} A_{\Delta AOD}=\dfrac{OA\cdot OD}{2}=\dfrac{4\cdot 4\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3}\,\text{m}^2 \\ A_{\Delta AOD}=\dfrac{AD\cdot r}{2}=\dfrac{8\cdot r}{2}=4\cdot r \end{cases}\Rightarrow 8\sqrt{3}=4\cdot r\Rightarrow r=2\sqrt{3}\,\text{m}$

$A_{\text{trandafiri}}=A_{\text{cerc}}=\pi\cdot r^2=12\cdot\pi\,\text{m}^2$

c) $A_{\text{romb}}=2\cdot A_{\Delta ABC}=32\sqrt{3}\,\text{m}^2$

$A_{\text{pans}}=A_{\text{romb}}-A_{\text{cerc}}=32\sqrt{3}-12\pi$

Consider: $\pi\cong 3{,}14$ şi $\sqrt{3}\cong 1{,}73$

$12\pi\ \boxed{}\ 32\sqrt{3}-12\pi$

$24\pi\ \boxed{}\ 32\sqrt{3}$

$24\cdot 3{,}14\ \boxed{}\ 32\cdot 1{,}73$

$75{,}36\ \boxed{>}\ 55{,}36$

Deci, suprafaţa cultivată cu trandafiri este mai mare decât cea cultivată cu panseluţe.

2. a) $SC=\dfrac{30}{100}\cdot 60=18\,\text{cm}$

$V_{SCEPTRU}=L\cdot l\cdot h=40\cdot 24\cdot 18=17280\,\text{cm}^3=17{,}28\ l$

b) $V_{\text{apă}}=17280\,\text{cm}^3$

$17280=h\cdot 60^2\Rightarrow h=4{,}8\,\text{cm}$

c) Lungime baghetă = $l\sqrt{3}=60\sqrt{3}\,\text{cm}$

$SU=\sqrt{L^2+l^2+h^2}=\sqrt{24^2+18^2+40^2}=\sqrt{2500}=50\,\text{cm}$

Notăm bagheta din paralelipipedul dreptunghic cu SZ.

$\left.\begin{array}{l} pr_{(SPE)}SU=SE \\ S,U,Z-\text{coliniare}\end{array}\right|\Rightarrow pr_{(SPE)}SZ=SM \quad , S,E,M-\text{coliniare}$

Notăm $d(z,(SPE))=ZM$

$UE\,||\,ZM\overset{TFA}{\Rightarrow}\Delta SUE\sim\Delta SZM\Rightarrow\dfrac{SU}{SZ}=\dfrac{SE}{SM}=\dfrac{UE}{ZM}=\dfrac{50}{60\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{18}$

$\Rightarrow\dfrac{SE}{SM}=\dfrac{40}{ZM}=\dfrac{5\sqrt{3}}{18}\Rightarrow ZM=\dfrac{18\cdot 40}{5\sqrt{3}}=48\sqrt{3}\,\text{cm}$

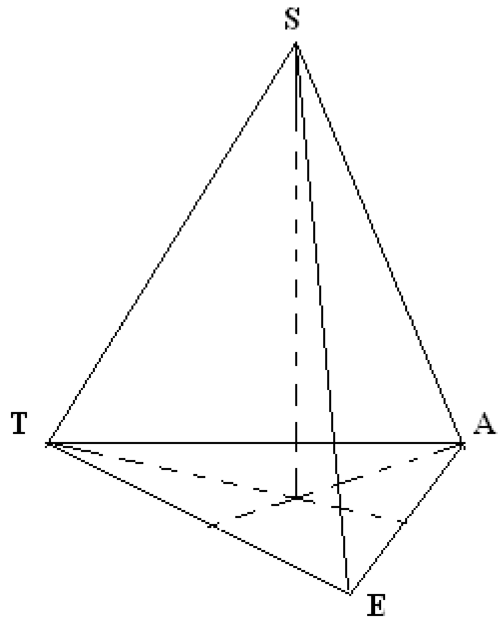
TESTUL nr. 2

Subiectul I

Număr întrebare	1	2	3	4	5	6
Răspuns	12	$\frac{1}{6}$	-1	14	$3\sqrt{3}$	10

Subiectul al II – lea

1.



2. $a=\sqrt{13^2-12^2}-\sqrt{13^2}+\sqrt{12^2}=\sqrt{(13-12)\cdot(13+12)}-13+12=\sqrt{25}-13+12=4\in N^*$

3. ${}^{6)}\frac{1}{2}<{}^{3)}\frac{n-1}{4}<{}^{4)}\frac{7}{3}\Rightarrow\frac{6}{12}<\frac{3\cdot(n-1)}{12}<\frac{28}{12}\ \Big|\cdot 12\Rightarrow 6<3n-3<28\Big|+3\Rightarrow 9<3n<31\Big|:3$

$\Rightarrow 3<n<\frac{31}{3}\Rightarrow n\in\{4;5;6;7;8;9;10\}$

4. a) R1: 30……………………V
1……………………..x

$x=\frac{V}{30}$

R2: 40……………………V
1……………………..y

$y=\frac{V}{40}$

b) R1…………………..5 min (1/6 din 30)……………..1/6 V
R2…………………..5 min (1/8 din 40)……………..1/8 V

$\frac{1}{6}V+\frac{1}{8}V=7m^3\Rightarrow\frac{7V}{24}=7m^3\Rightarrow V=24m^3$

5. $f:R\to R, f(x)=(m-1)\cdot x+7m+9$

$f(m)=0\Rightarrow(m-1)\cdot m+7m+9=0\Rightarrow m^2+6m+9=0\Rightarrow(m+3)^2=0\Rightarrow m=-3$

$\Rightarrow A(-3,0)\in G_f$

Subiectul al III –lea

1. a) $P_{MNPQ} = 2\cdot(MN+NP)$

$MN = r + O_1O_2 + O_2O_3 + r = 5+8+8+5 = 26m$

$NP = 2r = 10m$

$P_{MNPQ} = 2\cdot(30+10) = 80m$

b) Construim ΔO_1AB isoscel cu $O_1A = O_1B = r = 5m$

ΔO_1BO_2 isoscel cu $O_1B = BO_2 = r = 5m$

Avem AO_1BO_2 romb $\Rightarrow O_1O_2 \perp AB$ şi $O_1O_2 \cap AB = \{C\}$

$$O_1C = \frac{O_1O_2}{2} = 4m$$

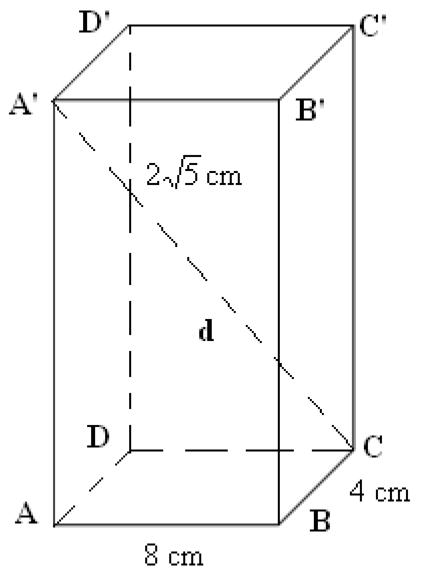
$$\left.\begin{array}{l}\Delta AO_1C - \text{dreptunghic} \\ m\left(\widehat{C}\right) = 90^\circ\end{array}\right| \overset{\text{T.P.}}{\Rightarrow} CA = \sqrt{O_1A^2 - O_1C^2} = \sqrt{5^2-4^2} = \sqrt{9} = 3m$$

$AB = 2\cdot CA = 6m$

c)
$$\begin{cases} A_{\Delta AO_1B} = \dfrac{AO_1\cdot O_1B\cdot \sin\left(\widehat{AO_1B}\right)}{2} = \dfrac{5\cdot 5\cdot \sin\left(\widehat{AO_1B}\right)}{2} \Rightarrow \dfrac{25\cdot \sin\left(\widehat{AO_1B}\right)}{2} = 12 \Rightarrow \\ A_{\Delta AO_1B} = \dfrac{O_1C\cdot AB}{2} = \dfrac{4\cdot 6}{2} = 12m^2 \end{cases}$$

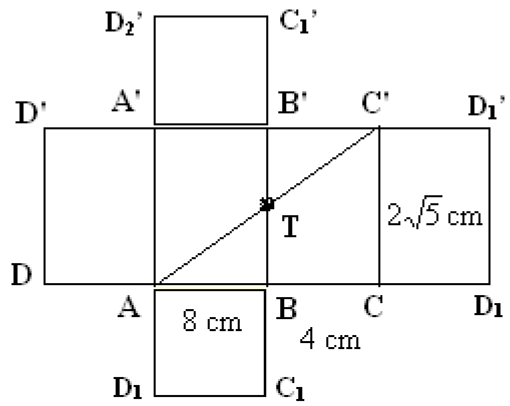
$$\Rightarrow \sin\left(\widehat{AO_1B}\right) = \frac{24}{25}$$

2. Construim desenul conform cerinţelor:



a) $d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2} = \sqrt{8^2 + 4^2 + \left(2\sqrt{5}\right)^2} = \sqrt{100} = 10m$

b)



c) $TB \parallel CC' \overset{\text{T.F.A.}}{\Rightarrow} \Delta ABT \sim \Delta ACC'$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BT}{CC'} \Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{BT}{2\sqrt{5}} \Rightarrow BT = \frac{4\sqrt{5}}{3}cm$$

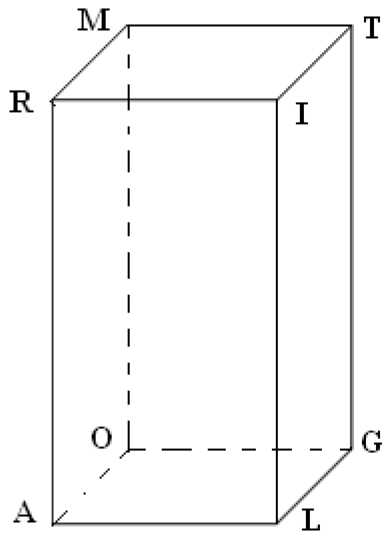
TESTUL nr. 3

Subiectul I

Număr întrebare	1	2	3	4	5	6
Răspuns	15	9	12	79°	4	25

Subiectul al II – lea

1.



2. $\frac{3}{x-2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-2 \in D_3 \Rightarrow x-2 \in \{-3,-1,1,3\} \Rightarrow x \in \{-1,1,3,5\}$

3. a) $\begin{cases} x+y=2014 \\ x-300=y+300 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+y=2014 \\ x=y+600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y+600+y=2014 \\ x=y+600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+600=2014 \\ x=y+600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y=1414 \\ x=y+600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=707 \\ x=1307 \end{cases}$

4. $a=\frac{4}{\sqrt{5}-1}+\left|\sqrt{5}-3\right|=\frac{4}{\sqrt{5}-1}+\left(3-\sqrt{5}\right)=\frac{4\cdot\left(\sqrt{5}+1\right)}{5-1}+3-\sqrt{5}=\sqrt{5}+1+3-\sqrt{5}=4\in\mathbb{N}$

5. $(2x-1)\cdot(2x+1)=4\cdot(x+2)^2-1 \Rightarrow 4x^2-1=4\cdot\left(x^2+4x+4\right)-1 \Rightarrow 4x^2-1=4x^2+16x+16-1$
$16x+16=0 \Rightarrow x=-1$

Subiectul al III – lea

1.

a) $\left.\begin{array}{l} \Delta AOC - \text{dreptunghic} \\ m\left(\hat{C}\right)=90^\circ \end{array}\right| \stackrel{T.P.}{\Rightarrow} OA=\sqrt{AC^2+OC^2}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}\cong 6{,}4 \text{ m}$

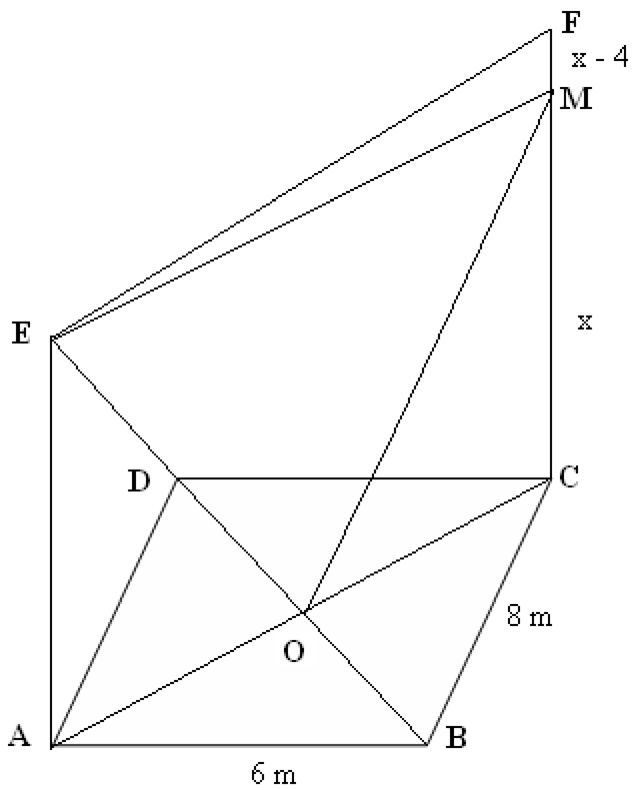
b) Notăm latura pătratului MNPQ cu x.

$MN \parallel AB \stackrel{T.F.A.}{\Rightarrow} \Delta OMN \sim \Delta OAB$

$\Rightarrow \frac{MN}{AB}=\frac{OT}{OC}$, unde $OC \cap MN=\{T\} \Rightarrow \frac{x}{10}=\frac{4-x}{4} \Rightarrow 4x=10\cdot(4-x) \Rightarrow x=\frac{20}{7}\cong 2{,}85\text{m}$

c) $\begin{cases} A_{\Delta OAB} = \dfrac{OC \cdot AB}{2} = \dfrac{4 \cdot 10}{2} = 20m \\ A_{\Delta OAB} = \dfrac{d(B,OA) \cdot OA}{2} = \dfrac{d(B,OA) \cdot \sqrt{41}}{2} \end{cases} \Rightarrow 20 = \dfrac{d(B,OA) \cdot \sqrt{41}}{2} \Rightarrow d(B,OA) = \dfrac{40\sqrt{41}}{41} m$

2. Construim desenul conform cerinţelor:



a) $P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + BC) = 2 \cdot (6 + 8) = 28m$

b)

$\left.\begin{array}{l} \Delta ABC - \text{dreptunghic} \\ m(\hat{B}) = 90^\circ \end{array}\right| \overset{T.P.}{\Rightarrow}$

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{36 + 64} = 10m$

$AO = \dfrac{AC}{2} = 5m$

$\left.\begin{array}{l} \Delta EAB - \text{dreptunghic} \\ m(\hat{A}) = 90^\circ \end{array}\right| \overset{T.P.}{\Rightarrow}$

$EO = \sqrt{AE^2 + AO^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41} m$

c) Notăm CF = x

$\left.\begin{array}{l} \Delta FOC - \text{dreptunghic} \\ m(\hat{C}) = 90^\circ \end{array}\right| \overset{T.P.}{\Rightarrow} FO = \sqrt{BO^2 + x^2} = \sqrt{25 + x^2}$

$\left.\begin{array}{l} \Delta EOF - \text{dreptunghic} \\ m(\hat{O}) = 90^\circ \end{array}\right| \overset{T.P.}{\Rightarrow} EF = \sqrt{EO^2 + FO^2} = \sqrt{41 + x^2 + 25} = \sqrt{x^2 + 66}$

Trasăm $EM \parallel AC$

$\left.\begin{array}{l} \Delta EMF - \text{dreptunghic} \\ m(\hat{M}) = 90^\circ \end{array}\right| \overset{T.P.}{\Rightarrow} EF^2 = EM^2 + FM^2 \Rightarrow x^2 + 66 = 10^2 + (x - 4)^2 \Rightarrow$

$x^2 + 66 = 100 + x^2 - 8x + 16 \Rightarrow 8x = 50 \Rightarrow x = \dfrac{25}{4} = 6{,}25m$

TESTUL nr. 4

Subiectul I

Număr întrebare	1	2	3	4	5	6
Răspuns	2	50	1	25	54	30

Subiectul al II – lea

1.

2. $a=\sqrt{4}+2\sqrt{18}-3\sqrt{8}=2+2\cdot 3\cdot\sqrt{2}-3\cdot 2\cdot\sqrt{2}=2\in N$

3. a) Se află cel mai mare divizor comun al numerelor (72, 144, 120) = $2^3\cdot 3=24$, rezultă 24 pachete identice;
b) 72:24 = 3 portocale, 144 :24 = 6 ciocolate, 120:24 = 5 napolitane
Deci, 24 pachete fiecare conţinând: 3 portocale, 6 ciocolate, 5 napolitane.

4. $x\in(4\,;\,4\frac{1}{2})\in(4;4{,}5)$,
x = [4,2] + {- 0,75}.
$[4{,}2]=4$
$\{-0{,}75\}=-0{,}75-[-0{,}75]=-0{,}75+1=0{,}25$
$x=4+0{,}25=4{,}25\in\left(4;4\frac{1}{2}\right)$

5. $\sqrt{x^2+8x+25}+\sqrt{9y^2-12y+20}\le 7\Rightarrow\sqrt{x^2+8x+16+9}+\sqrt{9y^2-12y+4+16}\le 7$

$$\sqrt{(x+4)^2+9}+\sqrt{(3y-2)^2+16}\le 7\Rightarrow\begin{cases}x+4=0\Rightarrow\sqrt{(x+4)^2+9}=3\\3y-2=0\Rightarrow\sqrt{(3y-2)^2+16}=4\end{cases}\Rightarrow 7\le 7\ \text{"A"}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(x,y)=\left(-4;\frac{2}{3}\right)$$

Subiectul al III –lea

1. a) Din ABCD pătrat, iar AC diagonală $\Rightarrow AC=l\sqrt{2}=10\sqrt{2}\,m$

b) $v=2{,}5\sqrt{2}m/s$

$t=\frac{d}{v}=\frac{10\sqrt{2}}{2{,}5\sqrt{2}}=4s$

c) $L_{traseu}=AC+CE+L_0+AE$

$EF=2R\Rightarrow R=\frac{5}{2}=2{,}5\,m$

Ducem $ET\perp AB\Rightarrow AT=10+8=18m$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta AET \text{ dr} \\ m\left(\hat{T}\right) = 90^\circ\end{array}\right| \overset{TP}{\Rightarrow} AE = \sqrt{AT^2 + TE^2} = \sqrt{18^2 + 10^2} = \sqrt{424} \cong 20{,}59\,\text{m}$$

$L_0 = 2\pi \cdot 2{,}5 = 5\pi \cong 5 \cdot 3{,}14 \cong 15{,}7\,\text{m}$

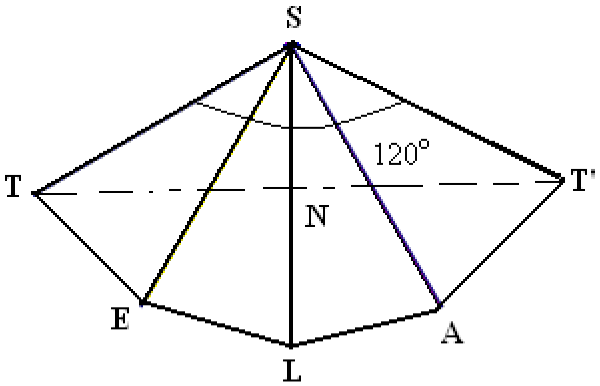
$L_{traseu} \cong 10 \cdot 1{,}41 + 8 + 15{,}7 + 20{,}59$

$L_{traseu} \cong 58{,}39\,\text{m}$

2. **a)** Ducem $d(E, LS) = EM,\ EM \perp SL, M \in SL$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta SEM \text{ dr} \\ m\left(\widehat{ESL}\right) = 30^\circ\end{array}\right| \overset{T30^\circ-60^\circ-90^\circ}{\Rightarrow} EM = \frac{SE}{2} = \frac{4}{2} = 2\,\text{cm}$$

b)



c) Notăm $TT' \cap SL = \{N\},\ SL \perp TT'$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta SNT' \text{ dr} \\ m\left(\hat{T'}\right) = 30^\circ\end{array}\right| \overset{T30^\circ-60^\circ-90^\circ}{\Rightarrow} SN = \frac{ST'}{2} = 2\,\text{cm}$$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta SNT' \text{ dr} \\ m\left(\hat{N}\right) = 90^\circ\end{array}\right| \overset{TP}{\Rightarrow} NT' = \sqrt{ST'^2 - SN^2} = \sqrt{16-4} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$$

$TT' = 2 \cdot NT' = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$

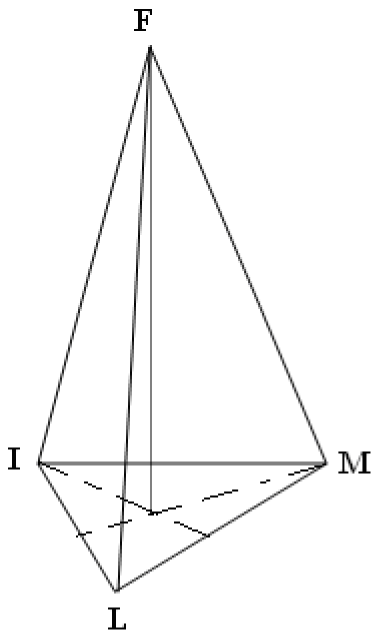
TESTUL nr. 5

Subiectul I

Număr întrebare	1	2	3	4	5	6
Răspuns	6	$5\sqrt{2}$	3	120°	8	41033

Subiectul al II – lea

1.



2. Notăm cu: LG = lada goală şi cu LM = lada cu marfă.

$$\begin{cases} LG + LM = 20 \\ LG + \dfrac{LM}{2} = 11{,}5 \end{cases} \overset{(-)}{\Rightarrow} LM - \frac{LM}{2} = 8{,}5 \Rightarrow LM = 17\,kg \Rightarrow LG = 3\,kg$$

3. $a = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ şi $b = \sqrt{2^2 \cdot 3^2} = 6 \Rightarrow$ FALS

4. $\dfrac{2x-5y}{3x-y} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow 8x - 20y = 3x - y \Rightarrow 5x = 19y \Rightarrow \dfrac{x}{y} = \dfrac{19}{5}$

5. $E(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 - 9x - 27}{x-3} = \dfrac{x^2 \cdot (x+3) - 9 \cdot (x+3)}{x-3} = \dfrac{(x^2-9) \cdot (x+3)}{x-3} = \dfrac{(x-3) \cdot (x+3)^2}{x-3}$

$E(x) = (x+3)^2 = pp$

Subiectul al III –lea

1. a) Ducem $DT \perp BC, T \in BC \Rightarrow BT = AD = 12\,m \Rightarrow TC = 4\,m$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta DTC \text{ dr} \\ TC = \dfrac{DC}{2} \end{array}\right| \overset{T30^\circ - 60^\circ - 90^\circ}{\Rightarrow} m\left(\hat{D}\right) = 30^\circ \Rightarrow m\left(\hat{C}\right) = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

b) $\left.\begin{array}{l}\Delta DTC \text{ dr} \\ m(\hat{T}) = 90^\circ\end{array}\right| \overset{TP}{\Rightarrow} DT = \sqrt{DC^2 - TC^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ m

$AB = DT = 4\sqrt{3}\,\text{m}$

$P_{ABCD} = 4\sqrt{3} + 16 + 8 + 12 = 36 + 4\sqrt{3} = 4\cdot\left(9+\sqrt{3}\right)\text{m}$

c) $A_{ABCD} = \dfrac{(BC+AD)\cdot DT}{2} = \dfrac{(16+12)\cdot 4\sqrt{3}}{2} = 56\sqrt{3}\,\text{m}$

Fie MN linia mijlocie a trapezului: $MN \cap DT = \{Q\}$

$\Rightarrow MN = \dfrac{BC+AD}{2} = \dfrac{16+12}{2} = 14\,\text{m}$

$QN \parallel TC \overset{TFA}{\Rightarrow} \Delta DQN \sim \qquad \dfrac{DQ}{DT} = \dfrac{QN}{TC} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{DQ}{4\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow DQ = 2\sqrt{3}\,\text{m}$

$A_{ADMN} = \dfrac{(AD+MN)\cdot DQ}{2} = \dfrac{(12+14)\cdot 2\sqrt{3}}{2} = 26\sqrt{3}\,\text{m}^2$

$A_{MNBC} = A_{ABCD} - A_{ADMN} = \left(56\sqrt{3} - 26\sqrt{3}\right)\text{m}^2 = 30\sqrt{3}\,\text{m}^2$

2. a) $V_{\text{pești}} = 40\cdot 15 = 600\,\text{cm}^3 = 0{,}6\,\text{dm}^3$

$A_b \cdot h = 0{,}6\,\text{dm}^3 \Rightarrow 5^2 \cdot h = 0{,}6\ l \Rightarrow h = \dfrac{0{,}6}{25} \overset{8)}{=} \dfrac{3}{125} = \dfrac{24}{1000} = 0{,}024\,\text{dm} = 2{,}4\,\text{mm}$

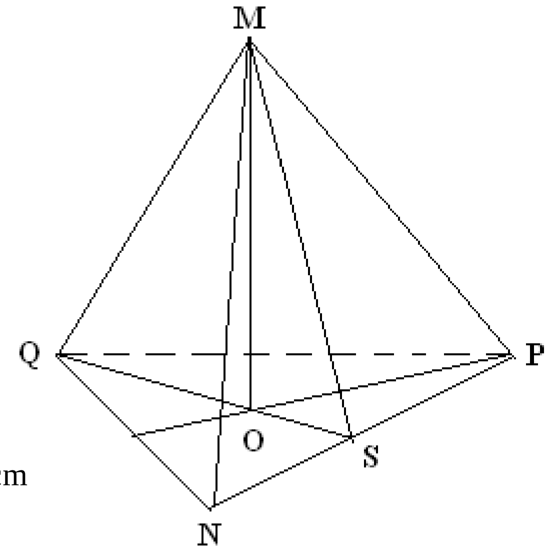
b) 60 cm = 6 dm

$V_{acv} = A_b \cdot h = 5^2 \cdot 6 = 150\,\text{dm}^3 = 150\ l$, iar $V_{\text{apă}} = 10\cdot 1{,}5 = 15\ l$

$15\ l < 150\ l \Rightarrow$ acvariul nu poate fi umplut de 10 sticle.

c) 58 cm = 5,8 dm

6 cm = 0,6 dm



$V_{apei} = 5{,}8\cdot 5^2 = 145\,\text{dm}^3 = 145\ l$, iar $V_{acv} = 150\ l$

$V_{\text{rămas liber}} = 150 - 145 = 5\,\text{dm}^3 = 5000\,\text{cm}^3$

$V_{tetr} = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = l^2 \dfrac{\sqrt{3}}{4}\cdot\dfrac{h}{3} = 3\sqrt{3}\cdot h = 3\sqrt{3}\cdot MO$

Fie MNPQ o piatră ornamentală.

$QS = l\sqrt{3}/2 = 3\sqrt{3}$ cm $\Rightarrow OS = \dfrac{1}{3}\cdot 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$ cm

$\left\{\begin{array}{l}\Delta MSP \\ m(\hat{S}) = 90^\circ\end{array}\right. \overset{TP}{\Rightarrow} MS = \sqrt{MP^2 - SP^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\Delta MOS \text{ dr} \overset{TP}{\Rightarrow} MO = \sqrt{MS^2 - OS^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = 2\sqrt{6}\,\text{cm}$

$V_{tetr} = 3\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{6} = 18\sqrt{2}\,\text{cm}^3$

Pentru $\sqrt{2} \cong 1{,}41$,

numărul de pietre = n = $\dfrac{5000}{18\sqrt{2}} \cong \dfrac{5000}{18\cdot 1{,}41} \cong 197{,}005... \Rightarrow n = 197$ pietre

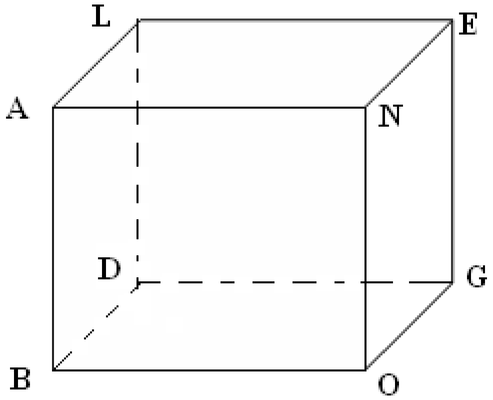
TESTUL nr. 6

Subiectul I

Număr întrebare	1	2	3	4	5	6
Răspuns	6	24	$\frac{1}{6}$	40°	12	6

Subiectul al II – lea

1.



2. $v_1 = \frac{d}{t_1} \Rightarrow d = v_1 \cdot t_1 = 80\frac{km}{h} \cdot 3h = 240km$

$v_2 = \frac{d}{t_2} \Rightarrow v_2 = \frac{240km}{4h} = 60\frac{km}{h}$

3. $2 \cdot (3x+1) < 14 \Rightarrow 3x+1 < 7 \Rightarrow 3x < 6 \Rightarrow x < 2 \Rightarrow x \in (-\infty; 2)$

4. $f : R \to R,\ f(x) = -2x+1.$

$\begin{cases} f(-1) = 2+1 = 3 \\ f(1) = -1 \end{cases} \Rightarrow f(-1) - f(1) = 4 = 2^2 = pp$

5. a) $4x^2 - 1 = (2x-1) \cdot (2x+1)$

$4x^2 + 4x + 1 = (2x+1)^2$

b) $E(x) = \left(\frac{x}{2x-1} - \frac{8}{4x^2-1} + \frac{x-3}{1-2x} \right) : \frac{6x-5}{4x^2+4x+1}$

$E(x) = \left[\frac{x \cdot (2x+1)}{4x^2-1} - \frac{8}{4x^2-1} - \frac{(x-3)\cdot(2x+1)}{4x^2-1} \right] \cdot \frac{(2x+1)^2}{6x-5}$

$E(x) = \frac{2x^2 + x - 8 - 2x^2 - x + 6x + 3}{(2x-1)\cdot(2x+1)} \cdot \frac{(2x+1)^2}{6x-5} = \frac{6x-5}{2x-1} \cdot \frac{2x+1}{6x-5} \Rightarrow$

$E(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$

Subiectul al III –lea

1. a) $\begin{cases}\Delta ABC \\ m\left(\hat{B}\right)=90^\circ\end{cases} \overset{TP}{\Rightarrow} AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{12^2+9^2}=15\text{m}$

b) $L_{traseu}=AC+CD+DA+AB+BC+CA=15+12+9+12+9+15=72\text{m}$

c) $\begin{cases}\Delta ADC \\ m\left(\hat{D}\right)=90^\circ\end{cases} \overset{T_{II}h}{\Rightarrow} DP=\frac{AD\cdot CD}{AC}=\frac{9\cdot 12}{15}=\frac{36}{5}\text{m}$

$\begin{cases}\Delta APD \\ m\left(\hat{P}\right)=90^\circ\end{cases} \overset{TP}{\Rightarrow} AP=\sqrt{AD^2-DP^2}=\sqrt{9^2-\left(\frac{36}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{45^2-36^2}{5^2}}=\sqrt{\frac{(45-36)\cdot(45+36)}{5^2}}$

$AP=\sqrt{\frac{9\cdot 81}{5^2}}=\sqrt{\left(\frac{3\cdot 9}{5}\right)^2}=\frac{27}{5}\text{m}$

Sau se poate calcula AP cu teorema catetei în triunghiul ADC.

2. a) $V_{apă}=A_b\cdot h_{apă}\Rightarrow \frac{6^2\sqrt{3}}{4}\cdot h_{apă}=144\sqrt{3}\Rightarrow h_{apă}=16\text{cm}$

b) $V_{gol\,de\,aer}=V_{prismă}-V_{apă}=9\sqrt{3}\cdot 20-144\sqrt{3}=36\sqrt{3}\,\text{cm}^3$

c) Notăm cu MNPQ suprafaţa apei în *figura 2*.

Ducem $AT\perp BC$, $T\in BC$, $AT\cap MN=\{H\}$

Înălţimea apei în prismă e HT.

$HT=AT-HA$

$AT=h_{\Delta echil}=\frac{l\sqrt{3}}{2}=\frac{6\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\,\text{cm}$

$AH=h_{\Delta echil\,AMN}=\frac{l\sqrt{3}}{2}$

Aflăm latura ΔAMN:

$V_{gol\,aer}=A_{\Delta AMN}\cdot h=36\sqrt{3}\ \text{cm}^3$

$A_{\Delta AMN}\cdot 20\text{cm}=36\sqrt{3}\ \text{cm}^3\Rightarrow A_{\Delta AMN}=\frac{9\sqrt{3}}{5}\text{cm}^2$

$\begin{cases}A_{\Delta AMN}=\frac{l^2\sqrt{3}}{4} \\ A_{\Delta AMN}=\frac{9\sqrt{3}}{5}\text{cm}^2\end{cases}\Rightarrow \frac{l^2\sqrt{3}}{4}=\frac{9\sqrt{3}}{5}\Rightarrow l^2=\frac{36}{5}\Rightarrow$

$l=AM=\frac{6\sqrt{5}}{5}\text{cm}$

$AH=\frac{l\sqrt{3}}{2}=\frac{\frac{6\sqrt{5}}{5}\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{15}}{5}$

$HT=AT-HA=3\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{15}}{5}=\frac{15\sqrt{3}-3\sqrt{15}}{5}=3\sqrt{3}\cdot\left(5-\sqrt{5}\right)\text{cm}$

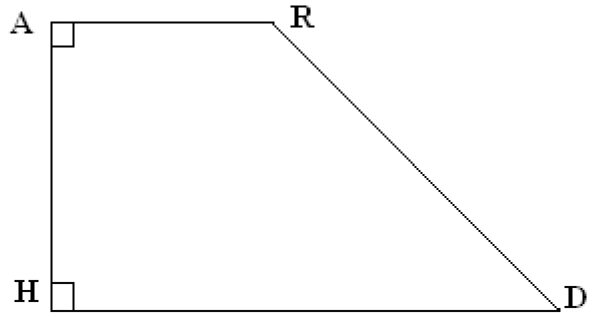
TESTUL nr. 7

Subiectul I

Număr întrebare	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Răspuns	8	2/3	995	$\sqrt{3}$	27	8

Subiectul al II – lea

1.



2. preţul iniţial = p = 420 lei

a) $p_I = p + \frac{20}{100} \cdot p = 420 + \frac{20}{100} \cdot 420 = 420 + 84 = 504 \text{lei}$

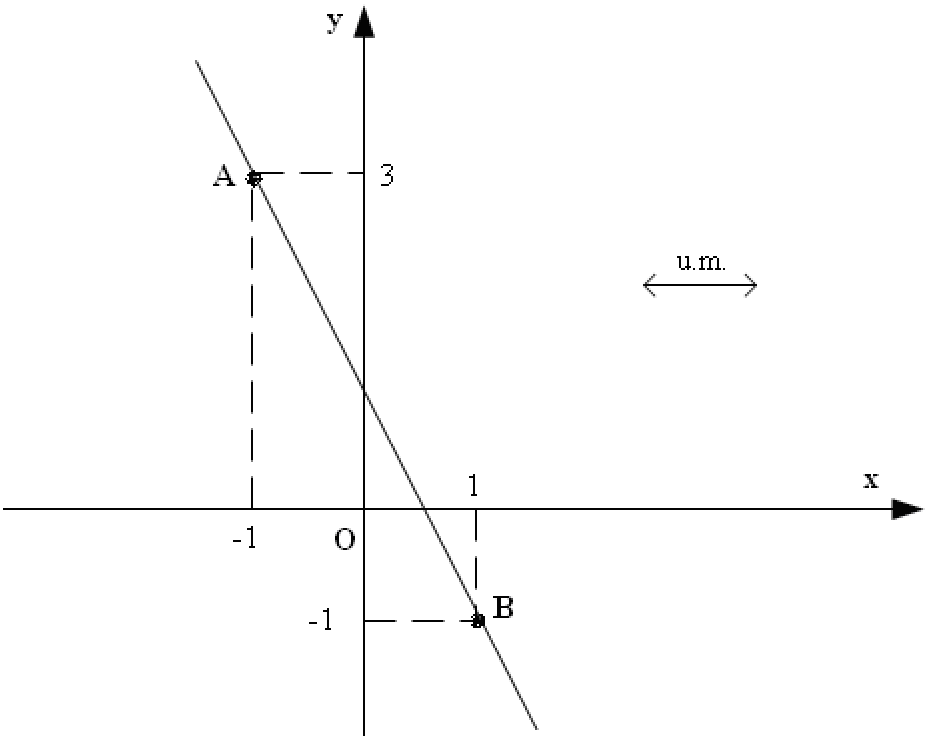
b) $p_{II} = p_I + \frac{10}{100} \cdot p_I = 504 + \frac{10}{100} \cdot 504 = 504 + 50{,}4 = 554{,}4 \text{ lei}$

3. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3} y \Rightarrow \frac{2x + 5y}{3x + 4y} = \frac{2 \cdot 2y/3 + 5y}{3 \cdot 2y/3 + 4y} = \frac{19y}{18y} = \frac{19}{18}$

4. $(x+3)^2 - 2(X+3)(x-3) + (x-3)^2 = [(x+3)-(x-3)]^2 = (x+3-x+3)^2 = 6^2$ - pătrat perfect

5. a) $f : R \to R, f(x) = -2x + 1$

- pentru $x = -1 \Rightarrow f(-1) = 3 \Rightarrow A(-1;3)$
- pentru $x = +1 \Rightarrow f(+1) = -1 \Rightarrow B(+1;-1)$



b) $\frac{f(\sqrt{3}-1) - f(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{-2\sqrt{3}+3-\left(-2\sqrt{2}+3\right)}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{-2\sqrt{3}+3+2\sqrt{2}-3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{-2 \cdot \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = -2 \in Q$

Subiectul al III –lea

1. a) Notez VO = x, iar pe baza teoremei $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ \Rightarrow VB = 2x$.

Aplicăm teorema lui Pitagora în ΔVOB : $(2x)^2 = x^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = VO = \sqrt{6}\,m$

b) $V_{TABSDC} = A_b \cdot h \Rightarrow V_{TABSDC} = \dfrac{6\cdot\sqrt{6}}{2}\cdot 6 = 18\sqrt{6}\,m^3$

c) $\begin{cases} A_{AVBD} = \dfrac{VO\cdot BD}{2} = \dfrac{\sqrt{6}\cdot 6\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{3}\,m^2 \\ A_{AVBD} = \dfrac{VB\cdot VD\cdot \sin\left(\widehat{BVD}\right)}{2} = \dfrac{\left(2\sqrt{6}\right)^2\cdot\sin\left(\widehat{BVD}\right)}{2} \end{cases} \Rightarrow \sin\left(\widehat{BVD}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2. a) $A = L\cdot l = 27m^2 \Rightarrow A = 6\cdot l = 27m^2 \Rightarrow l = 4{,}5$ m

b) $A_{covor} = 3^2 = 9m^2$, iar $A_{neacoperită} = A - A_{covor} = 27 - 9 = 18m^2$

$\dfrac{x}{100}\cdot 27 = 18 \Rightarrow x = \dfrac{1800}{27} = \dfrac{200}{3} = 66,(6)\%$ este suprafaţa neacoperită

c) $A_{covor\ circular} = \pi\cdot r^2 = 14m^2 \Rightarrow r^2 = \dfrac{14}{\pi} = \dfrac{14}{3{,}14} = \dfrac{1400}{314} \cong 4{,}45 \Rightarrow r \cong 2{,}11m$

Distanţa din centrul camerei la lungimea acesteia este: l / 2 = 2,25 m > $r \cong 2{,}11m$, iar distanţa de la centrul camerei la lăţime este L / 2 = 3 m > $r \cong 2{,}11m$, deci covorul circular încape.

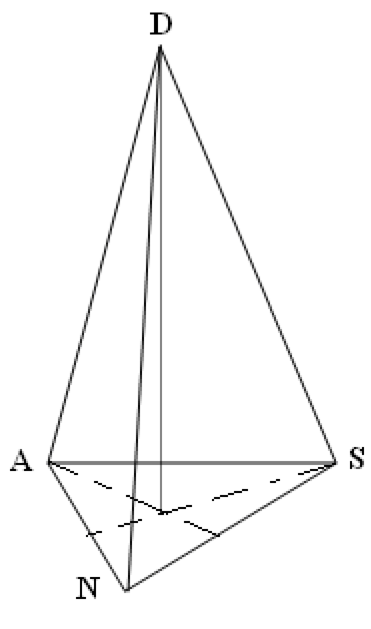
TESTUL nr. 8

Subiectul I

Număr întrebare	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Răspuns	987	-8,7	84	14	8	44

Subiectul al II – lea

1.



2. $1\frac{1}{6}-\frac{3}{11}\cdot\left(0,(2)-\frac{5}{6}\right)=\frac{6\cdot1+1}{6}-\frac{3}{11}\cdot\left(\frac{2}{9}-\frac{5}{6}\right)=\frac{7}{6}-\frac{3}{11}\cdot\left(\frac{4-15}{18}\right)=\frac{7}{6}+\frac{3}{11}\cdot\frac{11}{18}=\frac{7}{6}+\frac{1}{6}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

3. $A=101\cdot\left(\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+...+\frac{1}{100\cdot101}\right)$

$A=101\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{100}-\frac{1}{101}\right)=101\cdot\left(1-\frac{1}{101}\right)=101\cdot\frac{100}{101}=100\in N$

4. $A=\{x\in Z \mid \sqrt{9}<|x|<\sqrt{28}\}\Rightarrow|x|\in\{4;5\}\Rightarrow x\in\{-5;-4;4;5\}$

5. c = numărul de bilete pentru copii
a = numărul de bilete pentru adulţi

a) $\begin{cases}c=50+a\\5c+10a=1750\end{cases}$

b) $\begin{cases}c=50+a\\5c+10a=1750\end{cases}\Rightarrow5\cdot(50+a)+10a=1750\Rightarrow15a=1500\Rightarrow a=100\Rightarrow c=150$

Subiectul al III –lea

1. a) $A_{cerc1}=\pi\cdot r^2=225\pi\,cm^2$

b) $d=40\Rightarrow d=l\sqrt{2}\Rightarrow40=l\sqrt{2}\Rightarrow\Rightarrow l=20\sqrt{2}\,cm\Rightarrow A_{EFGH}=EF^2=\left(20\sqrt{2}\right)^2=800cm^2$

c) $A_{dec1}=(900-225\pi)cm^2$, iar $A_{dec2}=(400\pi-800)cm^2$

- pentru $\pi\cong3{,}14\Rightarrow\begin{cases}A_{dec1}=(900-225\cdot3{,}14)cm^2=193{,}5cm^2\\A_{dec2}=(400\pi-800\cdot3{,}14)cm^2=456cm^2\end{cases}\Rightarrow A_{dec1}<A_{dec2}$,

deci se pierde mai puţin material în figura 1.

2. a) $A_{laterală}=4\cdot A_{\Delta SCB}$

Fie M mijlocul $[BC]$

$\left.\begin{array}{l}\Delta SMB\text{ dr}\\ m(\hat{M})=90^\circ\end{array}\right|\overset{TP}{\Rightarrow}SM=\sqrt{SB^2-BM^2}=2\sqrt{2}\,m$

$A_{\Delta SMB}=\frac{2\sqrt{2}\cdot2}{2}=2\sqrt{2}\,m^2$, rezultă $A_{laterala}=4\cdot2\sqrt{2}=8\sqrt{2}\,m^2$

b) SO – înălţime în piramidă

$\left.\begin{array}{l}\Delta SOC\text{ dr}\\ m(\hat{O})=90^\circ\end{array}\right|\overset{TP}{\Rightarrow}SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=\sqrt{9-2}=\sqrt{7}\,m$

$V=\frac{A_b\cdot h}{3}=\frac{2^2\cdot\sqrt{7}}{3}=\frac{4\sqrt{7}}{3}\cong3{,}52m^3\cong3520dm^3\cong3520l$, $\sqrt{7}\cong2{,}64$

Debitul = D = 4l/s

$D=\frac{V}{t}\Rightarrow t=\frac{V}{D}\Rightarrow t=\frac{3520}{4}=880s$

c) $A'C' \cap B'D' = \{O'\}$

$SO' = (4-\sqrt{7})m$

$\Delta SO'C'dr$

$m(\hat{O'}) = 90°$ $\Big|\overset{TP}{\Rightarrow} SC' = \sqrt{SO'^2 + O'C'^2} = \sqrt{(4-\sqrt{7})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{25-8\sqrt{7}}$ m

$4 \cdot \sqrt{25-8\sqrt{7}} < 16 \ |:4 \Rightarrow \sqrt{25-8\sqrt{7}} < 4 \ (\ )^2 \Rightarrow 25-8\sqrt{7} < 16 \Rightarrow 9 < 8\sqrt{7} \Rightarrow \sqrt{81} < \sqrt{64 \cdot 7}$ "A", deci ajung 8 m de bare metalice.

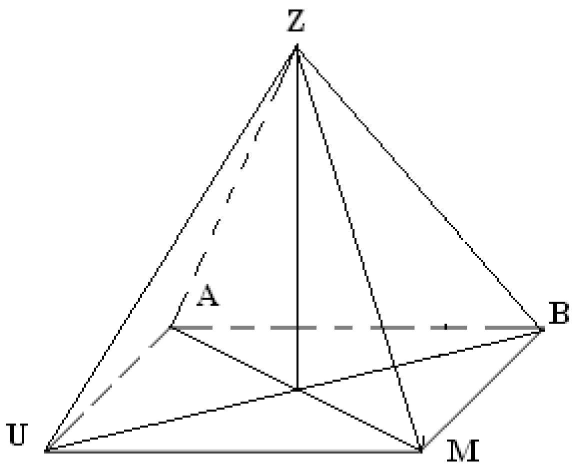
TESTUL nr. 9

Subiectul I

Număr întrebare	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Răspuns	a = $2\sqrt{3}$	1	8	24	$2\sqrt{2}$	38

Subiectul al II – lea

1.



2. $\sqrt{1831+18} = \sqrt{1849} = 43 \in N$

3. $|\sqrt{3}-2| = -\sqrt{3}+2$, de unde, după raţionalizarea fracţiei cu $\sqrt{3}-1$ se obţine

b = $\frac{2(\sqrt{3}-1)}{2} - \sqrt{3} + 2 = 1 \in Z$

4. Se înmulţeşte inegalitatea cu 2 şi se obţine $-14 < x-1 \le 2 \ |+1$, rezultă $-13<x \le 3$, de unde A = (-13; 3]

5. a) $(x+2) \cdot (2x-3)$ = $2x^2$ - 3x + 4x - 6 = $2x^2 + x - 6$

b) x^2 - 25 = $(x-5) \cdot (x+5)$

$$E(x) = \left(\frac{2}{x+5} - \frac{x-6}{(x-5)(x+5)} - \frac{x}{x-5}\right) : \frac{(x+2)(2x-3)}{(5-x)(5+x)} = \frac{2(x-5)-x+6-x(x+5)}{(x-5)(x+5)} \cdot \frac{-1(x-5)(x+5)}{(x+2)(2x-3)}$$

$$E(x) = \frac{(-x^2-4x-4)\cdot(-1)}{(x+2)(2x-3)} = \frac{(x+2)^2}{(x+2)(2x-3)} = \frac{x+2}{2x-3}$$

Subiectul al III –lea

1. a)

$$\left.\begin{array}{l}\Delta AOS dr \\ m\left(\hat{S}\right)=90^\circ \\ m\left(\widehat{AOS}\right)=45^\circ\end{array}\right| \Rightarrow \Delta AOS \text{ dr is} \Rightarrow OS = AS = 10m \Rightarrow AO = 10\sqrt{2}\,m$$

Analog, în ΔFTQ dr is $\Rightarrow FT = TQ = 10m \Rightarrow FQ = 10\sqrt{2}\,m$

$AO + FQ = 10\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 20\sqrt{2}\,m$

b) $v = \frac{d}{t}$, $d = AB$

$$\left.\begin{array}{l}AS \parallel BR \\ OS = SR = 10m\end{array}\right| \Rightarrow AS \text{ linie mijlocie în } \Delta OBR \Rightarrow AS = \frac{BR}{2} \Rightarrow AB = OA = 10\sqrt{2}\,m$$

$v = \frac{10\sqrt{2}}{10} = \sqrt{2}\,m/s$

c) $L_{traseu} = AB + BC + BC + arc(BD) + arc(DE) + EF$

Cum, $[AB] \equiv [EF]$ şi $arc(BD) = arc(DE) \Rightarrow L_{traseu} = 2\cdot[AB + BC + arc(BD)] = 2AB + 2BC + L_0$

$BD = 2R \Rightarrow 20 = 2R \Rightarrow R = 10m \Rightarrow L_0 = 2\pi R = 20\pi\,m$

$L_{traseu} = 2\cdot 10\sqrt{2} + 2\cdot 30 + 20\pi = 20\cdot\left(\sqrt{2} + 3 + \pi\right)$

$151 \le L_{traseu} \le 152$

$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

$3{,}14 < \pi < 3{,}15$

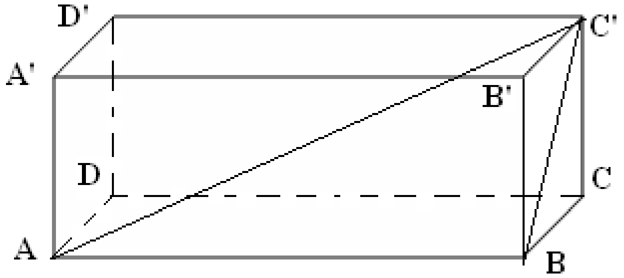
_______________ +

$4{,}55 < \pi + \sqrt{2} < 4{,}57 \quad |+3$

$7{,}55 < \pi + \sqrt{2} + 3 < 7{,}57 \quad |\cdot 20$

$151 < 20\cdot\left(\sqrt{2} + 3 + \pi\right) < 151{,}4 \Rightarrow 151 \le L_{traseu} \le 152 \Leftrightarrow L_{traseu} \in [151;152]$

2.



a) Din Δ BCC' dreptunghic, folosind teorema lui Pitagora, rezultă BC = 5 dm, deci l_{bazei} = 5 dm

b) V_{apa} = 216 litri = 216 dm^3 = $12\cdot 12\cdot h_{apa}\,dm^3$. Se obţine h_{apa} = 1,5 dm.

c) Distanţa maximă între două puncte ale prismei este diagonala

AC'= $\sqrt{12^2 + 12^2 + 5^2} = \sqrt{313}$ dm.

Comparăm lungimea polonicului cu lungimea AC'.

1,8 m = 18 dm = $\sqrt{324}$ dm, $\sqrt{324} > \sqrt{313}$, deci polonicul nu se va scufunda în tocăniţă.

TESTUL nr. 10

Subiectul I

Număr întrebare	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Răspuns	$b = 2\frac{1}{6}$	64	0	50	$3\sqrt{2}$	12

Subiectul al II – lea

1.

2. $\frac{110}{100} \cdot 2000 = 2200$ lei – salarul după prima mărire

$\frac{110}{100} \cdot 2200 = 2420$ lei – salarul după a doua mărire

3. $c = \frac{7}{8} - \frac{1}{10} - \frac{4}{5} = -\frac{1}{40}$, rezultă $c^{-1} = -40 \in Z$.

4. f(x) = g(x), de unde rezultă ecuaţia 17 x = 20x – 18, cu soluţia x = 6.
f(6) = 102, $G_f \cap G_g = A(6;102)$.

5. a) $x^2 + 2x - 3 = x^2 + 3x - x - 3 = x(x+3) - (x+3) = (x-1)(x+3)$

$x^2 + 4x + 3 = x^2 + 3x + x + 3 = x(x+3) + (x+3) = (x+3)(x+1)$

. $E(x) = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{7}{(x-1)(x+1}\right) \cdot (x-1)(x+1)$

$E(x) = \frac{(x+1)^2 - 2(x-1) - 7}{(x-1)(x+1)} \cdot (x-1)(x+1) = x^2 - 4 = (x+2) \cdot (x-2)$.

b) din punctul a) avem $E(a) = (a+2) \cdot (a-2)$

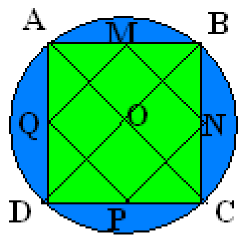
Dacă $E(a) = a - 4$, obţinem ecuaţia

$a^2 - 4 = a - 4 \Rightarrow a^2 - a = 0 \Rightarrow a \cdot (a-1) = 0$ de unde $a = 0$ sau $a = 1$.

Deoarece domeniul de definiţie al expresiei E(a) este $a \in R \setminus \{-3, -1, 1\}$, singura soluţie este $a = 0$

Subiectul al III –lea

1.



a) Fie O centrul cercului; ΔAOB dreptunghic isoscel cu catetele egale cu R = 4 cm, de unde AB = $4\sqrt{2}$ cm.

b) $A_{albastru} = A_{disc} - A_{patrat} = \pi \cdot 4^2 - \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 16\pi - 32$

$3{,}14 < \pi < 3{,}15 \;\big|\, 16$

$50{,}24 < 16\pi < 50{,}4 \;\big|\, -32$

$18{,}24 < 16\pi - 32 < 18{,}4$

$18{,}2 < 18{,}24$, deci $A_{albastra} \in [18{,}2; 18{,}4]$

c) Fie M, N, P, Q mijloacele laturilor [AB], [BC], [CD] şi respectiv [DA]. Se demonstrează că MNPQ este pătrat cu latura egală cu $\frac{AC}{2} = 4$ m, deci are aria egală cu 16 m^2 = $\frac{1}{2} A_{ABCD}$.

2. a) $A_{st} = A_{laterală} + A_{bazei} = P_b \cdot h + A_{bazei} = 2 \cdot (8+6) \cdot 7 + 8 \cdot 6 = 244\,\text{dm}^2$

b) $L_{traseu} = AO_1 + O_1O_2 + O_2A$

În $\Delta AA'O_1$ dreptunghic, aplicând Teorema lui Pitagora $\Rightarrow AO_1 = \sqrt{74}$ dm $\cong 8{,}6$ dm.

Fie M mijlocul laturii [B'C'] ; din ΔO_1MO_2 dreptunghic obţinem $O_1O_2 = \frac{\sqrt{113}}{2}$ dm $\cong 5{,}3$ dm.

Fie T mijlocul laturii [BC] ; din ΔO_2TA dreptunghic obţinem $AO_2 = \frac{\sqrt{341}}{2}$ dm $\cong 9{,}2$ dm.

$L_{traseu} \cong 8{,}6 + 5{,}3 + 9{,}2 = 23{,}1$ dm.

c) Împărţim suprafaţa apei în 12 suprafeţe egale: 12 pătrate cu latura de 2 dm.
Fiind 13 peşti, cel puţin doi se vor afla în cadrul aceleeaşi suprafeţe.
Distanţa maximă între două puncte din cadrul unui pătrat cu latura de 2 dm este diagonala pătratului, care are lungimea egală cu $2\sqrt{2}$ dm $\cong$ 2,82 dm < 28,4 cm.